

**ПРОЕКТИРОВАНИЕ, ИЗГОТОВЛЕНИЕ И ВВОД
В ЭКСПЛУАТАЦИЮ ОБОРУДОВАНИЯ
ОБЪЕКТОВ АТОМНОЙ ОТРАСЛИ**

DESIGN, MANUFACTURE AND COMMISSIONING
COMMISSIONING OF EQUIPMENT
NUCLEAR INDUSTRY FACILITIES

УДК 539.1: 519.245
DOI 10.26583/GNS-2022-04-03
EDN CVJ TZH

**РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕСТИРОВАНИЯ МЕТОДОВ ПОНИЖЕНИЯ
ДИСПЕРСИИ В ЗАДАЧЕ НА ГЛУБОКОЕ ПРОХОЖДЕНИЕ
ИЗЛУЧЕНИЯ**

© 2022 Богданова Екатерина Владимировна¹, Тихомиров Георгий Валентинович²

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва, Россия

¹*evbogdanova@mephi.ru, <https://orcid.org/0000-0002-8184-2124>*

²*GVTikhomirov@mephi.ru, <https://orcid.org/0000-0002-5332-7272>*

Аннотация. В настоящее время существует проблема нехватки компьютерных мощностей для проведения высокоточного анализа реакторных установок. При моделировании полномасштабных моделей активных зон ядерных реакторов стохастическим методом Монте-Карло существует ряд факторов, увеличивающих чрезмерную вычислительную нагрузку и затрудняющих проведение расчетов. Среди них можно выделить наличие большого ослабления потока, которое наблюдается в задачах на глубокое прохождение излучения. Для повышения эффективности расчетов методом Монте-Карло используются различные техники понижения дисперсии, которые позволяют уменьшить статистическую неопределенность оценки функционала без увеличения числа моделируемых историй. Данная работа посвящена исследованию и тестированию методов понижения дисперсии в задаче на глубокое прохождение излучения. Сформулирована тестовая задача, решение которой позволит продемонстрировать возможность использования различных техник неаналогового моделирования. Для определения количественной эффективности применения методов понижения дисперсии рассматривается характеристика FOM, выступающая в роли функции от относительного отклонения оценки функционала и времени счета. В работе рассмотрены методы неаналогового моделирования, реализованные в программных комплексах MCU и OpenMC. В рамках исследования разработан модуль программы OpenMC, позволяющий автоматически генерировать значения весовых окон. Показано, что использование методов понижения дисперсии позволяет повысить эффективность расчета в несколько раз, в частности, с помощью метода весового окна в программе OpenMC удалось достичь повышения эффективности оценки потока нейтронов в 7 раз при неизменном количестве моделируемых историй. Сформулированные рекомендации в дальнейшем могут быть использованы при расчете полномасштабных моделей активных зон инновационных ядерных реакторов.

Ключевые слова: метод Монте-Карло, математическое моделирование, тестовая задача, глубокое прохождение излучения, неаналоговое моделирование, методы понижения дисперсии, метод расщепления/русская рулетка, метод весового окна, FOM, внешний источник.

Для цитирования: Богданова Е.В., Тихомиров Г.В. Результаты тестирования методов понижения дисперсии в задаче на глубокое прохождение излучения // Глобальная ядерная безопасность. – 2022. – № 4(45). – С. 25-39. <http://dx.doi.org/10.26583/GNS-2022-04-03>

Поступила в редакцию 14.09.2022
После доработки 17.11.2022
Принята к печати 29.11.2022

Введение

Метод Монте-Карло является универсальным численным методом решения математических задач при помощи моделирования случайных величин. Поточечное представление взаимодействия нейтронов с веществом, а также отсутствие каких-либо приближений и аппроксимаций, делает метод Монте-Карло наиболее достоверным, распространенным и необходимым для решения задач переноса излучения. Являясь стохастическим методом расчета, метод Монте-Карло имеет статистический характер получаемых результатов, что влечет за собой необходимость моделирования большого числа историй для достижения приемлемой статистической неопределенности и приводит к ощутимым временам счета даже при использовании современных многопроцессорных вычислительных систем. Особо остро проблема неточности результата встает в задачах на глубокое прохождение излучения, как например, при расчетах защиты реакторных установок, и в задачах оценки функционалов в очень малых областях фазового пространства. В обоих случаях это связано с малой посещаемостью нейтронами рассматриваемых областей, где, соответственно, относительная статистическая неопределенность велика. В одной из работ Эдварда Ларсена [1] показано, насколько мала вероятность нейтрону источника долететь до детектора. Если принять, что число нейтронов, испускаемых источником, составляет 10^{15} , и только 10^8 из них долетают до детектора, то в среднем только одна частица на миллион, смоделированных методом Монте-Карло, внесет вклад в оценку функционала в зоне детектора.

Полномасштабный высокоточный анализ объектов использования атомной энергии возможен при наличии достаточного количества вычислительных мощностей и объемов памяти [2]. Еще в 2003 г. Корд Смит сформулировал задачу расчета энерговыделения в ячейках полномасштабной модели реактора PWR при выгорании и выдвинул гипотезу, исходя из закона Мура, о том, что возможность рассчитать поставленную задачу на одном процессорном ядре менее чем за один час появится только после 2030 года [3]. Он также описал требования к расчету, а именно то, что стандартное отклонение энерговыделения в каждом твэле, разделенном на 100 аксиальных и 10 радиальных слоев, не должно превышать 1 %. На основе этого в 2011 г. был запущен бенчмарк NEA OECD, основная цель которого заключается в отслеживании способности существующих программных средств и вычислительных мощностей производить расчеты полномасштабных активных зон с подробной оценкой энерговыделения в каждом твэле [4]. Большое количество ученых и специалистов на протяжении всего времени возвращаются к данной задаче [5-7]. Тем не менее, в настоящее время такая возможность отсутствует. На данный момент решение подобных задач и задач, где получение достоверного результата путем использования прямого аналогового моделирования трудно осуществимо, возможно только с использованием дополнительных техник и методик. Речь идет о методах понижения дисперсии.

Различные методы понижения дисперсии представляют собой альтернативные способы оценки рассматриваемых функционалов, при которых происходит увеличение точности расчета без увеличения производительности, или, другими словами, достижения желаемой точности с меньшими затратами на моделирование [8].

В настоящее время одним из важных направлений развития теории метода Монте-Карло является исследование и разработка определенных рекомендаций по применению методов понижения дисперсии в конкретных задачах [9]. Величина изменения дисперсии, помимо зависимости от изменения отклонения и мощности используемой вычислительной техники, во многом обусловлена опытом пользователя и способом приложения определенного метода. Некоторые методы могут уменьшить дисперсию в тысячи раз, некоторые на 10-15%, а некоторые, наоборот, повысить ее.

На сегодняшний день не существует определенного правила, следуя которому

можно было бы предсказать, на какую величину должно уменьшиться значение дисперсии, чтобы используемый метод считался эффективным. В некоторых случаях, улучшение на 10% дает ощутимую выгоду, в других же случаях 50-60 кратное ускорение расчета не оправдывает затрат на использование того или иного метода понижения дисперсии, как например, однократное вычисление, которое при прямом моделировании занимает 1 минуту, а в случае использования метода понижения дисперсии – 1 секунду. Отсюда следует необходимость принимать во внимание корреляцию времени счета, трудоемкости на реализацию техники понижения дисперсии и эффективности расчета.

Для определения количественной эффективности использования различных методов широко используется понятие относительной эффективности FOM – Figure of Merit. Figure of Merit является численной характеристикой, основанной на одном или нескольких параметрах системы или устройства, которая представляет собой меру эффективности и результативности. Первое упоминание Figure of Merit относится к 1865 г. [10].

При моделировании методом Монте-Карло под относительной эффективностью понимают величину, выступающую в роли функции от числа смоделированных историй [11, 12]:

$$FOM = \frac{1}{R^2 T}, \quad (1)$$

где R – относительное отклонение;

T – время расчета в минутах, необходимое для моделирования заданного количества моделируемых историй.

Анализируя различные способы моделирования какого-либо рассматриваемого процесса, необходимо опираться на наибольшее значение FOM, которое характеризует наиболее эффективный способ, так как требует наименьшего затрачиваемого времени для достижения указанной относительной погрешности расчета [13].

Оценка эффективности различных техник и методов моделирования возможна с помощью тестовых задач. Тесты позволяют определить способность или неспособность программного кода к расчетам определенного типа, осуществлять верификацию и валидацию существующих и разрабатываемых программных средств, техник и методик. Что, в свою очередь, является неотъемлемой составляющей анализа безопасности ядерных энергетических установок.

В данной работе разработана тестовая задача для проверки эффективности использования методов понижения дисперсии при решении задач на глубокое прохождение излучения.

Тестовая задача на глубокое прохождение излучения

Разрабатываемая в данной работе тестовая задача относится к проблеме сильного ослабления потока или так называемое глубокое прохождение излучения. В литературе не существует четкого определения понятия глубокого прохождения излучения, особенно не определено, что подразумевается под глубоким прохождением, а что под неглубоким. Однако различные источники сходятся в том, что проблема глубокого прохождения излучения характеризуется ослаблением потока на несколько порядков [14, 15]. При этом исследования показывают, что ослабление на 3-5 порядков уже является значимым при оценке функционалов. Особенно проблема сильного ослабления нейтронного потока является принципиальной при расчете защиты ядерных установок, где наблюдается 7-10 порядков ослабления потока.

С целью рассмотрения данной проблемы сформулирована простая классическая задача расчета плотности потока нейтронов на некотором расстоянии от точечного

источника в бетонном блоке [16].

Расчетная модель представляет собой цилиндр высотой 180 см и радиусом 100 см. Данный блок разделен на 18 регистрационных областей толщиной 10 см каждая. На границе первого регистрационного объекта располагается точечный изотропный источник. Энергия нейтронов источника распределяется следующим образом: 25% нейтронов с энергией 2 МэВ, 50 % с энергией 14 МэВ, 25 % рождаются с энергией, равномерно распределенной между 2 МэВ и 14 МэВ. Материал блока – реакторный бетон, плотностью 2,03 г/см³. Материал, используемый в данной модели, является идеальной защитой, трудной для прохождения нейтронов. Изотопный состав реакторного бетона представлен в таблице 1. Расчетная модель с указанием номера регистрационных областей, представлена на рисунке 1.

Таблица 1 – Изотопный состав материала, используемого в тестовой задаче [Material isotopic composition used in the test task]

Нуклиды	Атомная доля
¹ H	0,010
¹⁶ O	0,529
²³ Na	0,016
Mg	0,002
²⁷ Al	0,034
Si	0,337
K	0,013
Ca	0,044
Fe	0,014
¹² C	0,001

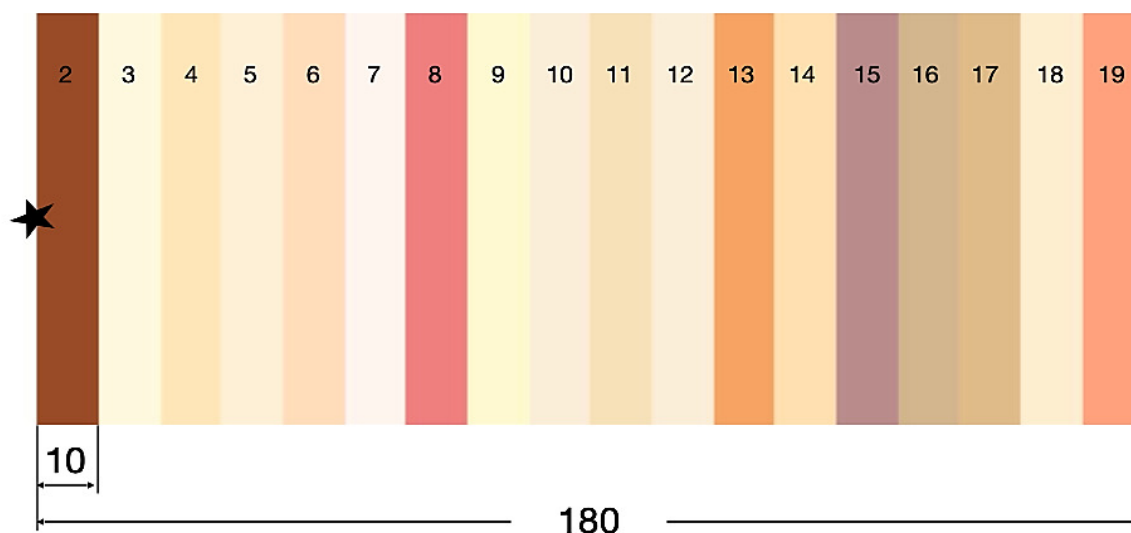


Рисунок 1 – Расчетная модель тестовой задачи с точечным источником на границе [Model of the test task with a point source at the boundary]

Целью данной задачи является расчет интегрального по объему потока нейтронов в регистрационных объектах, отмеченных на рисунке 1. Ее решение позволит продемонстрировать как применение различных методов понижения дисперсии может повысить эффективность данного типа расчета.

Методы понижения дисперсии

В работе проведено тестирование методов понижения дисперсии, реализованных в программных комплексах MCU (Monte Carlo Universal) [17] и OpenMC [18].

В программном комплексе MCU существует возможность использования метода расщепления/рулетки. В свою очередь в программе OpenMC в настоящее время реализованы метод неявного захвата и метод весового окна.

Метод расщепления/рулетка подразумевает разбиение фазового пространства на непересекающиеся геометрические или энергетические зоны. Каждой зоне приписывается вес $W > 0$ и характерная величина – ценность, обратно пропорциональная весу:

$$V = \frac{1}{W}. \quad (2)$$

При переходе частицы с весом w из одной геометрической зоны в другую ($W_i \rightarrow W_j$) или при пересечении границы отрезка энергии после рассеяния, происходит расщепление/рулетка, после чего с некой вероятностью образуются частицы, имеющие вес w' :

$$w' = \frac{w}{\left(\frac{W_i}{W_j}\right)}. \quad (3)$$

Для непосредственного моделирования метода расщепления по геометрии/рулетка в программе MCU во входном файле задаются значения ценностей регистрационных областей.

Метод неявного захвата, реализованный в программе OpenMC, подразумевает при каждом столкновении частицы с ядром замену вероятности возникновения поглощения на вероятность рассеяния. При этом вес частицы уменьшается на значение, равное вероятности возникновения поглощения [17]:

$$w' = w \left(1 - \frac{\sigma_a}{\sigma_t}\right), \quad (4)$$

где σ_a – сечение поглощения;

σ_t – полное сечение взаимодействия.

Метод неявного захвата уменьшает вес частиц, что может привести к очень низким значениям. В связи с этим данная опция всегда используется в сочетании с методом рулетки. Пользователю, после включения опции метода неявного захвата, необходимо задать два параметра – вес частиц (w_c), ниже которого применяется рулетка, и вес, который будет присвоен выжившим частицам (w').

Метод весового окна позволяет увеличить количество моделируемых частиц в интересующих пользователя геометрических областях или диапазонах энергий. Для этого определяется верхняя и нижняя граница веса частиц, пересечение которых влечет за собой расщепление или рулетку. Если вес частиц, попадающих в рассматриваемую геометрическую/энергетическую область выше верхней границы, то происходит расщепление на N частиц по правилу [18]:

$$N = \min(N_{max}, \left\lceil \frac{w}{w_u} \right\rceil), \quad (5)$$

где N_{max} – максимальное значение возможного расщепления, задаваемое пользователем;

w – исходный вес частицы;

w_u – верхняя граница.

Если вес частицы меньше указанной нижней границы, то выжившим после рулетки нейтронам присваивается вес:

$$w_s = \min(N_{max}w, f_s w_l), \quad (6)$$

где w_l – нижняя граница;

f_s – коэффициент веса выживания, превышающий 1, который определяется пользователем.

Наибольшие трудности при использовании метода весового окна вызывает подбор используемых параметров, а именно ширина окна и вес частиц после расщепления. В программах MCNP [19, 20] и Serpent [21] реализованы генераторы весовых окон, которые автоматически подбирают параметры моделирования. В OpenMC существует возможность импортирования сгенерированных в MCNP весовых окон, однако в данной работе такая возможность не рассмотрена.

В работе рассмотрены три альтернативы генератора весовых окон. Первый вариант заключается в эмпирическом исследовании рассматриваемой проблемы. Проведен анализ влияния задаваемых пользователем параметров моделирования на эффективность расчета.

Следующий возможный вариант получения весовых окон основывается на глобальном методе понижения дисперсии [22-24], в котором нижняя граница весового окна (w_l) для каждой i -ой ячейки определяется через поток нейтронов (φ_i) и максимальное значение потока нейтронов в рассматриваемой модели ($\max(\varphi_i)$):

$$w_l = C \frac{\varphi_i}{\max(\varphi_i)}, \quad (7)$$

где C – константа. В программе MCNP значение константы по умолчанию принимается равным 1/3. Зная нижнюю границу весового окна, получаем верхнюю границу, учитывая рекомендации [25]:

$$w_u = 5 \cdot w_l. \quad (8)$$

В данной работе был написан модуль на языке Python, позволяющий генерировать весовые окна в программе OpenMC на основе вышеизложенных утверждений. Разработанный модуль путем одного запуска позволяет провести прямой аналоговый расчет, сгенерировать весовые окна и использовать их в неналоговом моделировании. При этом значение константы определяется из наиболее эффективного расчета с максимальным значением FOM.

Также рассмотрен метод генерации весовых окон через функцию ценности, описываемую дифференциальными уравнениями, которые характеризует частицы, движущиеся в положительном/отрицательном направлении. Необходимо отметить, что данный способ генерации весовых окон возможен только в простой одномерно-двумерной геометрии, при этом деление модели на ячейки должно быть равномерным. В таком случае, ценность, описывающая положительное направление движения частиц – $N(x)$, и ценность обратного направления движения частиц – $L(x)$, определяются уравнениями:

$$\frac{dN}{dx} = (\sigma - \sigma_s f)N(x) - \sigma_s r L(x), \quad (9)$$

$$\frac{dL}{dx} = (\sigma - \sigma_s f)N(x) + \sigma_s r N(x), \quad (10)$$

где f – вероятность рассеяния в прямом направлении;
 r – вероятность рассеяния в обратном направлении;
 σ – полное сечение;
 σ_s – сечение рассеяния.

При этом граничные условия:

$$N(x_{max}) = 1, \quad (11)$$

$$L(0) = 0. \quad (12)$$

Таким образом, найдя решение дифференциального уравнения, определяем нижнюю границу весового окна обратно пропорционально ценности, верхняя граница определяется уравнением (8). В рамках исследования в программу OpenMC была добавлена функция расчета описанных дифференциальных уравнений, с помощью которых определяются параметры моделирования.

Аналоговое моделирование Монте-Карло

Рассмотрена возможность оценки интегрального по объему потока нейтронов в регистрационных объектах исследуемой тестовой задачи прямым аналоговым Монте-Карло методом по программам MCU и OpenMC. В каждой программе смоделировано 20 млн нейтронных историй. Результаты расчета интегрального по объему потока нейтронов в тестовой модели прямым аналоговым методом Монте-Карло представлены на рисунке 2. На рисунке 3 показана эффективность расчета – параметр FOM, и относительное отклонение потока нейтронов в рассматриваемых регистрационных объектах.

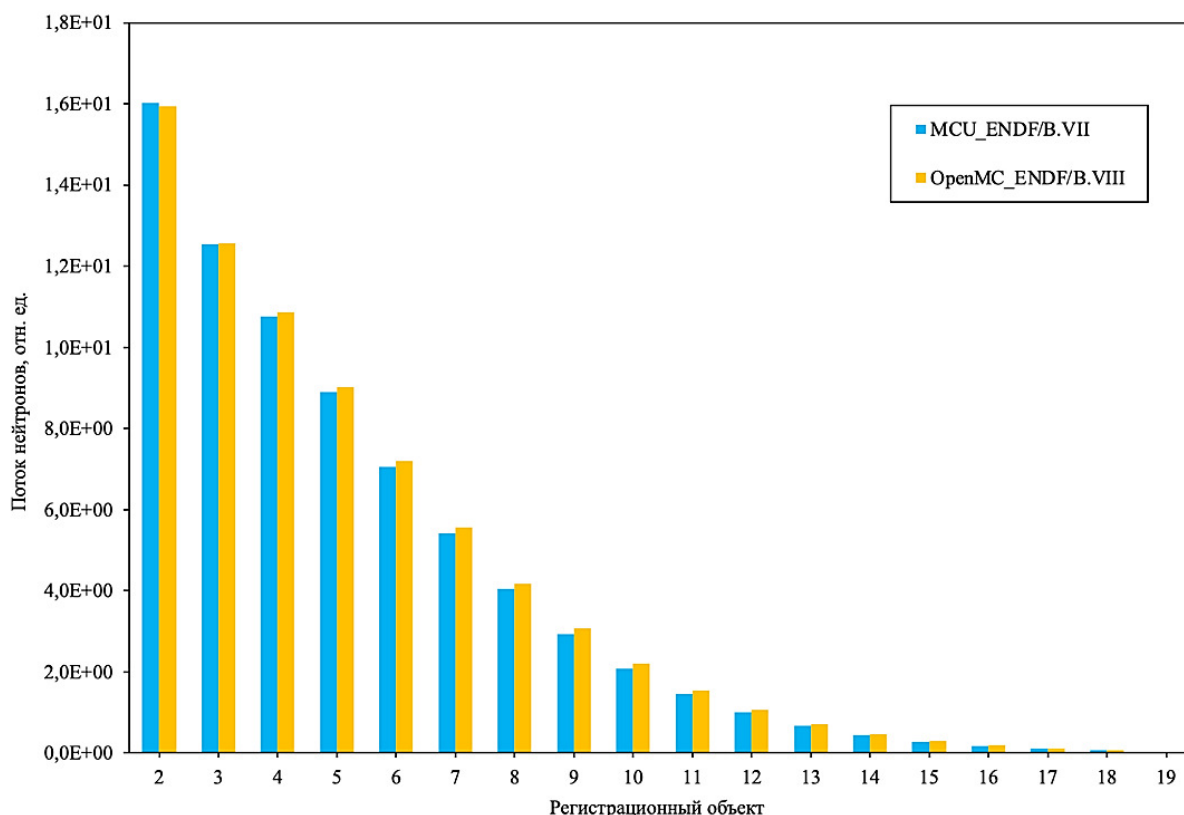


Рисунок 2 – Результаты расчета интегрального по объему потока нейтронов в тестовой модели прямым аналоговым методом Монте-Карло [Calculation results of the volume-integrated neutron flux in the test model by analog Monte Carlo method]

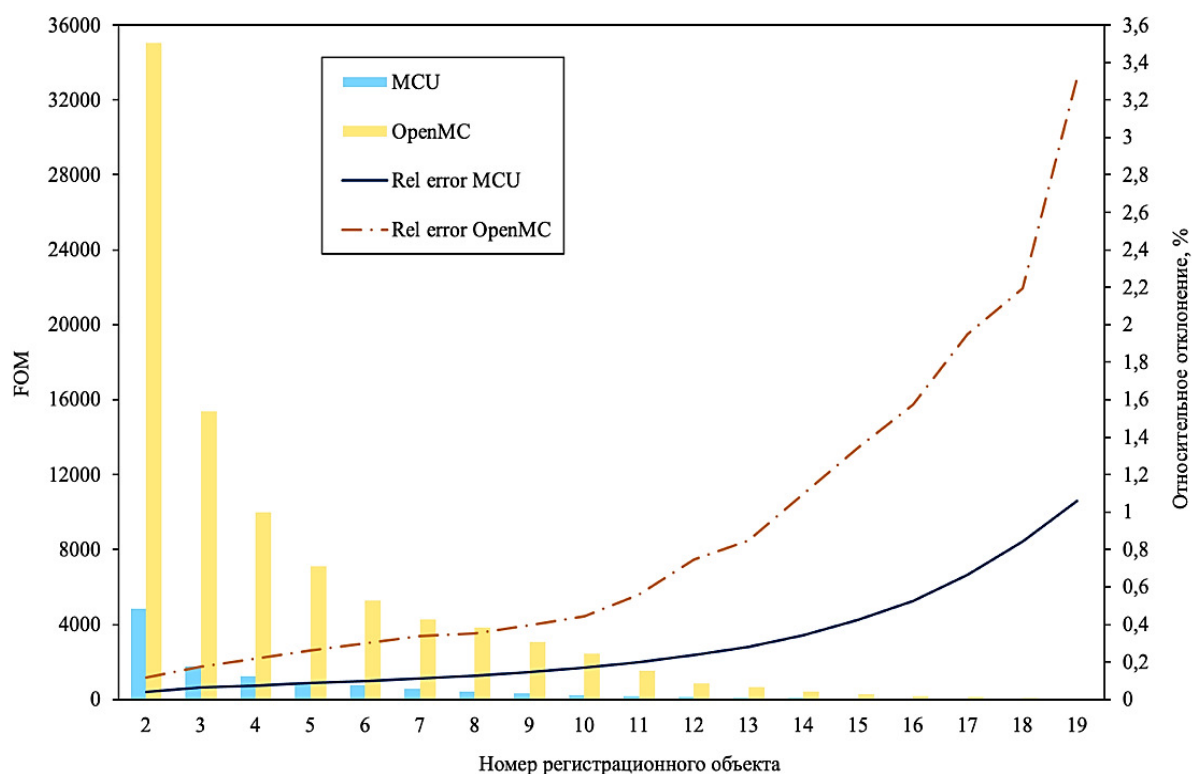


Рисунок 3 – Эффективность расчета и относительное отклонение интегрального по объему потока нейтронов в тестовой модели при прямом аналоговом моделировании [FOM and relative error of the volume-integrated neutron flux in the test model using the analog modeling]

Результаты оценки функционала показывают наличие ослабления потока нейтронов на 3 порядка. Видно, что с увеличением расстояния от источника, эффективность расчета уменьшается в сотни раз. При этом относительное отклонение оцениваемого функционала увеличивается в десятки раз.

Данные, полученные по двум программам, имеют расхождения, особенно наиболее ярко выраженные в регистрационных областях с наибольшим статистическим отклонением. Несоответствие объясняется использованием разных библиотек ядерных констант. Также стоит отметить высокую производительность программы OpenMC, расчет по которой осуществляется в несколько раз быстрее, что в свою очередь отражается на функционале FOM. Причиной этого служит реализация программ на разных языках программирования, отличающихся между собой быстродействием, а также способами подключения библиотек и распараллеливанием кодов.

Неаналоговое моделирование

В данном разделе представлены результаты тестирования методов понижения дисперсии в тестовой задаче на глубокое прохождение излучения.

Показано, что использование опции расщепления/рулетка в программном комплексе MCU позволяет повысить эффективность оценки функционала – интегрального по объему потока нейтронов, в наиболее удаленном от источника объекте больше, чем в 2,5 раза (табл. 2). При этом относительное отклонение рассматриваемого функционала снизилось до 0,1 %, что практически в 10 раз меньше, чем при прямом аналоговом моделировании.

Таблица 2 – Результаты расчета тестовой задачи на глубокое прохождение излучения в программе MCU с использованием опции расщепления/русская рулетка [Calculation results of the deep penetration problem using the splitting/russian roulette method in MCU]

№ объекта	$\Phi^{S/RR}_{MCU}$, отн. ед	$\sigma^{S/RR}_{MCU}$, %	$FOM^{S/RR}_{MCU}$	FOM^{analog}_{MCU}
2	1,61E+01	0,12	11,37	4819,74
3	1,26E+01	0,17	5,97	1763,71
4	1,08E+01	0,21	3,67	1214,79
5	8,82E+00	0,19	4,59	887,00
6	6,96E+00	0,16	6,58	748,19
7	5,32E+00	0,17	5,52	573,82
8	3,94E+00	0,16	6,17	433,54
9	2,85E+00	0,16	6,62	336,68
10	2,01E+00	0,16	6,60	240,85
11	1,39E+00	0,15	7,34	174,47
12	9,43E-01	0,14	7,98	125,66
13	6,28E-01	0,13	9,22	88,43
14	4,11E-01	0,12	11,37	58,23
15	2,64E-01	0,11	13,18	38,21
16	1,65E-01	0,10	15,33	25,04
17	1,00E-01	0,10	17,40	15,65
18	5,60E-02	0,10	17,34	9,68
19	2,37E-02	0,10	17,14	6,14
Время расчета, сек.	60420,00		1450,20	

В ходе тестирования метода неявного захвата в программе OpenMC было проведено исследование влияния задаваемых пользователем параметров на эффективность расчета. На рисунке 4 представлена зависимость относительного отклонения потока нейтронов, рассчитанного в 19 регистрационном объекте (наиболее удаленный от источника объект), от используемых параметров моделирования. Анализ полученных результатов позволяет сформулировать рекомендации, а именно: наибольшая эффективность расчета интегрального по объему потока нейтронов наблюдается при использовании $w_c = 0,1$ и $w' = 1,0$.

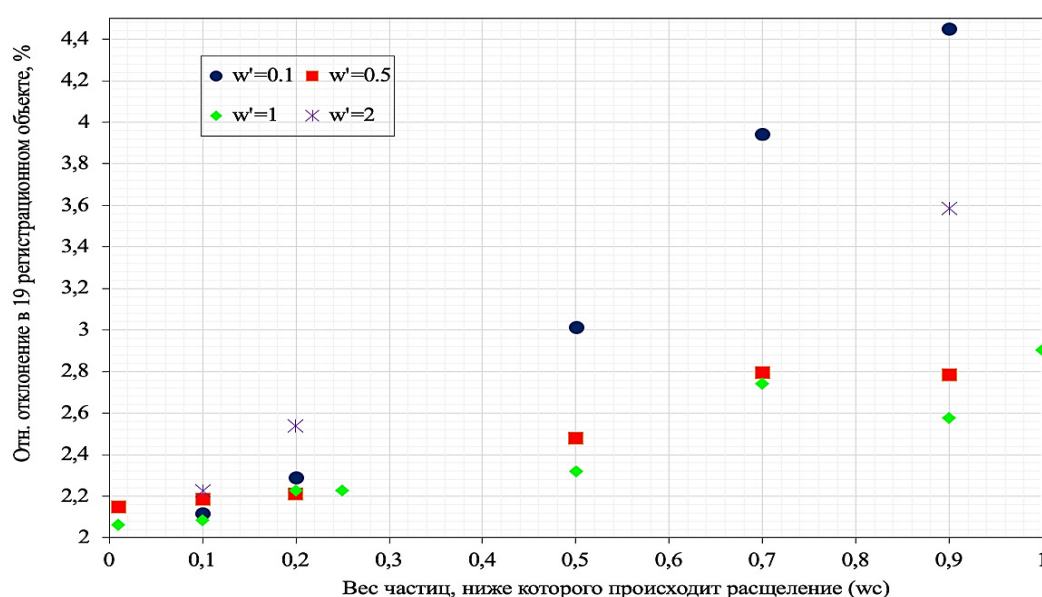


Рисунок 4 – Зависимость относительного отклонения потока нейтронов, рассчитанного в 19 регистрационном объекте, от заданных параметров опции неявного захвата [Dependence of the neutron flux relative error calculated in 19th object on the specified parameters of the survival biasing]

Результаты расчета рассматриваемой тестовой задачи с использованием техники неявного захвата в программе OpenMC представлены в таблице 3. Показано, что эффективность оценки плотности потока нейтронов на расстоянии 180 см от точечного источника с использованием метода неявного захвата в программе OpenMC увеличивается в два раза. Стоит отметить, что рассмотренный метод предназначен для моделирования сильно поглощающих сред. Это объясняет довольно малый выигрыш в эффективности расчета по сравнению с прямым аналоговым моделированием. В отличие от метода неявного захвата, метод весового окна разработан непосредственно для задач на глубокое прохождение излучения.

Таблица 3 – Результаты расчета тестовой задачи на глубокое прохождение излучения в программе OpenMC с использованием техники неявного захвата [Calculation results of the deep penetration problem using the survival biasing method in OpenMC]

№ объекта	$\Phi^{н.з.}_{OpenMC}$, отн. ед	$\sigma^{н.з.}_{OpenMC}$, %	FOM ^{н.з.} _{OpenMC}	FOM ^{analog} _{OpenMC}
2	1,59E+01	0,10	36206,68	35041,3
3	1,25E+01	0,17	12582,69	15354,5
4	1,08E+01	0,19	10234,04	10007,2
5	9,00E+00	0,24	6701,56	7118,3
6	7,19E+00	0,27	5227,78	5298,3
7	5,55E+00	0,31	3948,61	4245,3
8	4,17E+00	0,33	3407,08	3809,8
9	3,05E+00	0,39	2562,06	3073,3
10	2,18E+00	0,44	1943,23	2452,1
11	1,53E+00	0,47	1703,55	1531,6
12	1,05E+00	0,57	1188,89	859,9
13	7,11E-01	0,67	836,69	663,3
14	4,75E-01	0,79	609,54	396,8
15	3,11E-01	0,98	394,25	264,5
16	1,99E-01	1,22	256,18	192,4
17	1,21E-01	1,30	226,45	125,5
18	7,11E-02	1,74	125,50	99,3
19	3,03E-02	2,08	87,61	43,4
Время расчета, сек.	26,32		20,94	

При использовании метода весового окна в программе OpenMC рассмотрены три варианта генерации весовых окон. Метод весового окна с эмпирически подобранными характеристиками позволяет повысить эффективность расчета потока нейтронов в максимально отдаленном от точечного источника объекте больше, чем в 2,5 раза. Результаты проведенного исследования представлены в таблице 4. Необходимо подчеркнуть, что дисперсия оцениваемого функционала в 19 регистрационном объекте достигла 0,32 %, что в 10 раз ниже статистической неопределенности в прямом аналоговом моделировании. Однако, прямой подбор параметров моделирования является трудозатратным, что делает данный способ не столь эффективным.

Таблица 4 – Результаты расчета тестовой задачи на глубокое прохождение излучения в программе OpenMC с использованием техники весового окна с эмпирически подобранными параметрами моделирования [Calculation results of the deep penetration problem using the weight windows method with empirically selected parameters in OpenMC]

№ объекта	Φ^{ww1}_{OpenMC} , отн. ед	σ^{ww1}_{OpenMC} , %	FOM^{ww1}_{OpenMC}	FOM^{analog}_{OpenMC}
2	1,59E+01	0,09	1421,06	35041,3
3	1,26E+01	0,11	992,37	15354,5
4	1,09E+01	0,11	863,12	10007,2
5	9,00E+00	0,11	868,12	7118,3
6	7,18E+00	0,12	807,34	5298,3
7	5,54E+00	0,12	795,21	4245,3
8	4,16E+00	0,12	771,91	3809,8
9	3,04E+00	0,12	769,98	3073,3
10	2,18E+00	0,12	807,29	2452,1
11	1,53E+00	0,13	695,23	1531,6
12	1,05E+00	0,14	585,60	859,9
13	7,09E-01	0,15	511,87	663,3
14	4,70E-01	0,16	457,56	396,8
15	3,06E-01	0,17	396,12	264,5
16	1,95E-01	0,19	323,31	192,4
17	1,20E-01	0,21	244,98	125,5
18	6,75E-02	0,24	198,36	99,3
19	2,89E-02	0,32	112,33	43,4
Время расчета, сек.	890,57		20,94	

Результаты расчета тестовой задачи с использованием параметров весового окна, рассчитанных по разработанному модулю через максимальный поток нейтронов представлены в таблице 5. Стоит отметить, что в приведенных результатах расчета эффективность метода весового окна оценивается без учета времени подготовки параметров моделирования, как и во всех других рассматриваемых случаях. Написанный модуль позволяет автоматизировать генерацию весовых окон, а выбранное значение константы может быть использовано в других задачах на глубокое прохождение излучения. Рекомендовано использовать коэффициент $C = 0,5$. Данный метод позволяет повысить эффективность расчета потока нейтронов в максимально удаленном от источника объекте больше, чем в 7 раз. При этом удастся понизить дисперсию расчета до 0,58 %, что практически в 6 раз ниже, чем при прямом аналоговом моделировании.

Таблица 5 – Результаты расчета тестовой задачи на глубокое прохождение излучения в программе OpenMC с использованием техники весового окна с параметрами моделирования, рассчитанными через максимальный поток нейтронов [OpenMC calculation results of the deep penetration problem using the weight windows method with parameters calculated in terms of the maximum neutron flux]

№ объекта	Φ^{ww2}_{OpenMC} , отн. ед	σ^{ww2}_{OpenMC} , %	FOM^{ww2}_{OpenMC}	FOM^{analog}_{OpenMC}
2	1,59E+01	0,12	8025,17	35041,3
3	1,26E+01	0,17	3986,95	15354,5
4	1,09E+01	0,22	2287,47	10007,2
5	9,02E+00	0,23	2013,67	7118,3
6	7,20E+00	0,27	1470,63	5298,3
7	5,57E+00	0,29	1272,08	4245,3
8	4,17E+00	0,30	1210,77	3809,8
9	3,05E+00	0,33	994,65	3073,3

Продолжение таблицы 5

№ объекта	Φ^{ww2}_{OpenMC} , отн. ед	σ^{ww2}_{OpenMC} , %	FOM^{ww2}_{OpenMC}	FOM^{analog}_{OpenMC}
11	1,53E+00	0,37	823,82	1531,6
12	1,06E+00	0,37	788,93	859,9
13	7,11E-01	0,42	620,82	663,3
14	4,71E-01	0,44	578,44	396,8
15	3,07E-01	0,45	534,61	264,5
16	1,96E-01	0,49	457,93	192,4
17	1,20E-01	0,52	407,16	125,5
18	6,80E-02	0,56	348,94	99,3
19	2,92E-02	0,58	322,25	43,4
Время расчета, сек.	91,07		20,94	

Также в данной работе рассмотрен метод генерации весовых окон через функцию ценности, описываемую дифференциальными уравнениями. Проведенный анализ показал, что эффективность данного метода, а именно параметр FOM, сравнима с эффективностью аналогового моделирования. Однако с его помощью удалось достигнуть понижения дисперсии до 0,48 %, что практически в 7 раз ниже, чем в прямом аналоговом Монте-Карло методе. Результаты представлены в таблице 6.

Таблица 6 – Результаты расчета тестовой задачи на глубокое прохождение излучения в программе OpenMC с использованием техники весового окна с параметрами моделирования, рассчитанными через дифференциальные уравнения [OpenMC calculation results of the deep penetration problem using the weight windows method with parameters calculated via differential equations]

№ объекта	Φ^{ww3}_{OpenMC} , отн. ед	σ^{ww3}_{OpenMC} , %	FOM^{ww3}_{OpenMC}	FOM^{analog}_{OpenMC}
2	1,59E+01	0,09	1080,83	35041,3
3	1,26E+01	0,11	694,05	15354,5
4	1,09E+01	0,12	622,19	10007,2
5	9,01E+00	0,12	645,32	7118,3
6	7,19E+00	0,13	560,30	5298,3
7	5,55E+00	0,13	548,06	4245,3
8	4,16E+00	0,13	527,27	3809,8
9	3,05E+00	0,13	528,60	3073,3
10	2,18E+00	0,13	497,69	2452,1
11	1,53E+00	0,14	467,84	1531,6
12	1,05E+00	0,15	367,81	859,9
13	7,09E-01	0,17	292,67	663,3
14	4,70E-01	0,21	194,40	396,8
15	3,06E-01	0,23	161,12	264,5
16	1,95E-01	0,27	120,57	192,4
17	1,20E-01	0,33	79,44	125,5
18	6,78E-02	0,41	53,35	99,3
19	2,91E-02	0,48	38,09	43,4
Время расчета, сек.	1134,10		20,94	

Заключение

В данной работе проведено исследование возможности использования методов понижения дисперсии в задаче на глубокое прохождение излучения. Протестирована техника расщепления/рулетка в программе MCU, и методы неявного захвата и весового окна в программе OpenMC. Сформулированы рекомендации по использованию

рассмотренных методов, в том числе определены оптимальные параметры моделирования. Для метода весового окна рассмотрены три варианта генерации весовых окон.

Показано, что при правильном использовании методы понижения дисперсии могут значительно повысить эффективность расчетов. Наибольший выигрыш использования неаналогового моделирования достигается при применении метода весового окна с параметрами, рассчитанными через максимальное значение интегрального по объему потока нейтронов. Максимальная достигнутая эффективность оценки потока нейтронов на расстоянии 180 см от точечного источника превышает эффективность прямого Монте-Карло метода в 7 раз.

Рекомендации по проведению нейтронно-физических расчетов неаналоговым моделированием Монте-Карло могут быть использованы для повышения эффективности расчетов инновационных ядерных реакторов.

Источник финансирования

Работа выполнена в рамках Госзадания (проект FSWU-2022-0016) при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. *Edward W. Larsen* (2006) An Overview of Neutron Transport Problems and Simulation Techniques. In: Graziani F. (eds) Computational Methods in Transport. Lecture Notes in Computational Science and Engineering, vol 48. Springer, Berlin, Heidelberg.
2. *Paul Kollath Romano*. Parallel Algorithms for Monte Carlo Particle Transport Simulation on Exascale Computing Architectures. Massachusetts Institute of Technology, – 2013.
3. *Kord Smith*, «Reactor Core Methods», Invited lecture at the M&C 2003 International Conference, April 6-10, 2003, Gatlinburg, TN, USA, 2003.
4. *Чистяков, В.П.* Курс теории вероятностей / В.П. Чистяков. – Москва : Наука, 1982.
5. *W.R. MARTIN*, «Advances in Monte Carlo Methods for Global Reactor Analysis», Proc. Joint International Topical Meeting on Mathematics & Computation and Supercomputing in Nuclear Applications, Monterey, California, April 15–19, 2007, Invited Lecture.
6. *D. Legrady, A. Claret, B. Molnar, G. Tolnai*, Verification of the interaction physics of GUARDYAN a novel GPU-based Monte Carlo code for short scale reactor transients, in Proceedings of the PHYSOR, Reactor Physics Paving the Way Towards More Efficient Systems (Cancun, Mexico, 2018), p. 2018.
7. *Gross, R., Tomatis, D. & Gilad, E.* High-accuracy neutron diffusion calculations based on integral transport theory. Eur. Phys. J. Plus 135, 235 (2020).
8. *Kleijnen, J.P.C.* Statistical Techniques in Simulation, Part 1. Marcel Dekker, New York (1974).
9. *Кольчужкин, А.М.* Введение в теорию прохождения частиц через вещество / А.М. Кольчужкин, В.В. Учайкин. – Москва : Атомиздат, 1978, – 256 с.
10. *Figure of merit*. Merriam-Webster.com Dictionary, Merriam-Webster [Электронный ресурс]. – URL : <https://www.merriam-webster.com/dictionary/figure%20of%20merit> (дата обращения: 26.02.2021).
11. «MCNPTM—A General Purpose Monte Carlo N-Particle Transport Code», Version 4C, LA-13709-M, J. F. BRIESMEISTER, Ed. (Dec. 2000).
12. *S.P. Pederson, R.A. Forster, and T.E. Booth*. Confidence Interval Procedures for Monte Carlo Transport Simulations. Nucl. Sci. Eng., 127, 54 (1997).
13. *J. Kenneth Shultis and Richard E. Faw*. An MCNP Primer. Dept. of Mechanical and Nuclear Engineering, Kansas State University. December, 2011.
14. *S.N. Cramer, J.S. Tang*. Variance reduction methods applied to deep-penetration Monte Carlo problems. Engineering Physics and Mathematics Division. ORNL/TM-9643, DE86 007080, 1986.
15. *Суслов, И.П.* Гибридный метод расчета защиты ЯЭУ / И.П. Суслов, И.А. Лямцев // Препринт ФЭИ-3267. – Обнинск, 2016. – 15 с.
16. *Thomas E. Booth*. A sample problem for variance reduction in MCNP. Technical Report, Los Alamos National Laboratory, LA-10363-MS, 1985.
17. *Статус МС –5* / Н.И. Алексеев, С.Н. Большагин, Е.А. Гомин [др.] // Вопросы атомной науки и техники. Сер.: Физика ядерных реакторов. – 2011. – № 4. – С. 4-23.
18. *Paul K. Romano and Benoit Forget*, «The OpenMC Monte Carlo Particle Transport Code», Ann.

- Nucl. Energy, 51, 274-281 (2013).
19. *Cristian G. Bucher*. Adaptive sampling – an iterative fast Monte Carlo procedure. *Structural Safety*, (1998), Volume 5, pp. 119-126.
 20. *Booth, T.E. and J.S. Hendricks* (1984), Importance Estimation in Forward Monte Carlo Calculations, *Nucl. Techno U Fusion*, 5, p. 90.
 21. *Leppänen, J., et al.* (2015) «The Serpent Monte Carlo code: Status, development and applications in 2013». *Ann. Nucl. Energy*, 82 (2015) 142-150.
 22. *Cooper, M.A., Larsen, E.W.* Automated weight windows for global Monte Carlo particles transport calculations. *Nuclear Science and Engineering*, 137, 1–13, 2001.
 23. *A.J. van Wijk, G. Van den Eynde, J.E. Hoogenboom*. An easy to implement global variance reduction procedure for MCNP. *Annals of Nuclear Energy* 38 (2011) 2496-2503.
 24. *Yuan Hu, Sha Yan, Yuefeng Qiu, Yu Zheng*. Implementation and benchmarking of an automatic global variance reduction method on OpenMC. *Fusion Engineering and Design*, Volume 173, 2021, 112829.
 25. *Christopher N. Culberts, John S. Hendricks*. An Assessment of the MCNP4C Weight Window. LA-13668, 1999.

REFERENCES

- [1] Edward W. Larsen (2006) An Overview of Neutron Transport Problems and Simulation Techniques. In: Graziani F. (eds) *Computational Methods in Transport. Lecture Notes in Computational Science and Engineering*, vol 48. Springer, Berlin, Heidelberg (in English).
- [2] Paul Kollath Romano. *Parallel Algorithms for Monte Carlo Particle Transport Simulation on Exascale Computing Architectures*. Massachusetts Institute of Technology, – 2013 (in English).
- [3] Kord Smith, «Reactor Core Methods». Invited lecture at the M&C 2003 International Conference, April 6-10, 2003, Gatlinburg, TN, USA, 2003 (in English).
- [4] Chistyakov V.P. *Kurs teorii veroyatnostej [Course of Probability Theory]*. Moscow: Nauka, 1982 (in Russian).
- [5] W. R. MARTIN, «Advances in Monte Carlo Methods for Global Reactor Analysis». *Proc. Joint International Topical Meeting on Mathematics & Computation and Supercomputing in Nuclear Applications*, Monterey, California, April 15-19, 2007, Invited Lecture (in English).
- [6] D. Legrady, A. Claret, B. Molnar, G. Tolnai, Verification of the Interaction Physics of GUARDYAN a Novel GPU-based Monte Carlo Code for Short Scale Reactor Transients, in *Proceedings of the PHYSOR, Reactor Physics Paving the Way Towards More Efficient Systems* (Cancun, Mexico, 2018), p. 2018 (in English).
- [7] Gross R., Tomatis D. & Gilad E. High-accuracy neutron diffusion calculations based on integral transport theory. *Eur. Phys. J. Plus* 135, 235 (2020) (in English).
- [8] Kleijnen, J.P.C. *Statistical Techniques in Simulation*, Part 1. Marcel Dekker, New York (1974) (in English).
- [9] Kolchuzhkin A.M., Uchaikin V.V., *Vvedenie v teoriyu prohozhdeniya chastic cherez veshchestvo [Introduction to the Theory of the Passage of Particles through matter]*. Moscow: Atomizdat, 1978, 256 p. (in Russian).
- [10] Figure of Merit. Merriam-Webster.com Dictionary, Merriam-Webster [Electronic resource]. – URL: <https://www.merriam-webster.com/dictionary/figure%20of%20merit> (date of the application: 26.02.2021) (in English).
- [11] «MCNPTM—A General Purpose Monte Carlo N-Particle Transport Code». Version 4C, LA-13709-M, J. F. BRIESMEISTER, Ed. (Dec. 2000) (in English).
- [12] S. P. Pederson, R. A. Forster, and T. E. Booth. Confidence Interval Procedures for Monte Carlo Transport Simulations. *Nucl. Sci. Eng.*, 127, 54 (1997) (in English).
- [13] J. Kenneth Shultis and Richard E. Faw. *An MCNP Primer*. Dept. of Mechanical and Nuclear Engineering, Kansas State University. December, 2011 (in English).
- [14] S.N. Cramer, J.S. Tang. *Variance Reduction Methods Applied to Deep-Penetration Monte Carlo Problems*. Engineering Physics and Mathematics Division. ORNL/TM-9643, DE86 007080, 1986 (in English).
- [15] Suslov I.R., Lyamtsev I.A. *Gibridnyĭ Metod Rascheta Zashchity YAEU [Hybrid Method Of Calculating The Protection Of Nuclear Power Plants]*, FEI-3267 Preprint. Obninsk, 2016, 15 p. (in Russian).
- [16] Thomas E. Booth. A Sample Problem for Variance Reduction in MCNP. Technical Report, Los Alamos National Laboratory, LA-10363-MS, 1985 (in English).
- [17] Alekseev N.I., Bolshagin S.N., Gomin E.A., Gorodkov S.S., Gurevich M.I., Kalugin M.A., Kulakov A.S., Marin S.V., Novoseltsev, A.P., Oleinik D.S., Pryanichnikov A.V., Sukhino-Khomenko E.A., Shkarovsky D.A., Yudkevich M.S. Status MC–5 [Status MCU–5], *Voprosy atomnoj nauki i*

- tekhniki. Ser.: Fizika yadernyh reaktorov [Problems of Atomic Science and Technology. Ser.: Physics of Nuclear Reactors], 2011, 4, pp. 4-23 (in Russian).
- [18] Paul K. Romano and Benoit Forget, «The OpenMC Monte Carlo Particle Transport Code». Ann. Nucl. Energy, 51, 274–281 (2013) (in English).
- [19] Cristian G. Bucher. Adaptive Sampling – an Iterative Fast Monte Carlo Procedure. Structural Safety, (1998), Volume 5, pp. 119-126 (in English).
- [20] Booth, T.E. and J.S. Hendricks (1984), Importance Estimation in Forward Monte Carlo Calculations, Nucl. Techno U Fusion, 5, p. 90 (in English).
- [21] Leppänen, J., et al. (2015) «The Serpent Monte Carlo code: Status, Development and Applications in 2013». Ann. Nucl. Energy, 82 (2015) 142-150 (in English).
- [22] Cooper, M.A., Larsen, E.W. Automated Weight Windows for Global Monte Carlo particles Transport Calculations. Nuclear Science and Engineering, 137, 1-13, 2001 (in English).
- [23] A.J. van Wijk, G. Van den Eynde, J.E. Hoogenboom. An Easy to Implement Global Variance Reduction Procedure for MCNP. Annals of Nuclear Energy 38 (2011) 2496–2503 (in English).
- [24] Yuan Hu, Sha Yan, Yuefeng Qiu, Yu Zheng. Implementation and Benchmarking of an Automatic Global Variance Reduction Method on OpenMC. Fusion Engineering and Design, Volume 173, 2021, 112829 (in English).
- [25] Christopher N. Culberts, JohnS. Hendricks. An Assessment of the MCNP4C Weight Window. LA-13668, 1999 (in English).

Test Results of Variance Reduction Techniques Applied to Deep Penetration Problem

Ekaterina V. Bogdanova¹, Georgiy V. Tikhomirov²

National Research Nuclear University (MEPhI), Kashirskoyeshosse, 31, Moscow, Russia 1154091

¹*evbogdanova@mephi.ru, ORCID iD: 0000-0002-8184-2124, WoSResearcher ID: P-1554-2017*

²*GVTikhomirov@mephi.ru, ORCID iD: 0000-0002-5332-7272, WoSResearcher ID: B-7860-2013*

Received by the editorial office on 09/14/2022

After revision on 11/17/2022

Accepted for publication 11/29/2022

Abstract. Nowadays, there is a problem of a lack of computer power to conduct high-precision reactor analysis. There are several factors that increase the excessive computational load and make it difficult to calculate nuclear reactor full-scale models using Monte Carlo method. Among them is the large neutron-flux attenuation, which is observed in deep penetration problems. Various reduction techniques are used to increase the efficiency of Monte Carlo calculations in such tasks. It allows to reduce the statistical uncertainty of the functional evaluation without increasing the number of neutron histories. This work is devoted to study and testing of variance reduction techniques in the deep penetration problem. To demonstrate the possibility of using non-analogue Monte Carlo modeling a test problem was formulated. To quantify the efficacy of applying the variance reduction methods, FOM characteristic is considered, which is a function of the relative error in a flux estimate and the computational time of the simulation. The article considers non-analogue techniques implemented in the MCU (Monte Carlo Universal) and OpenMC codes. As part of the study, a module of the OpenMC code was developed that allows to automatically generate weight windows. It is shown that variance reduction techniques increase the calculation efficiency by several times, particularly, the weight windows method in OpenMC make it possible to achieve a 7-fold increase in the efficiency of neutron flux estimation with the same number of simulated histories. The formulated recommendations can be used in the calculation of innovative nuclear reactors full-scale models.

Keywords: Monte Carlo method, mathematical modeling, test problem, deep penetration problem, non-analogue modeling, variance reduction techniques, splitting/russian roulette, weight windows, FOM, external source.

For citation: Bogdanova E.V., Tikhomirov G.V. Test Results of Variance Reduction Techniques Applied to Deep Penetration Problem // Global Nuclear Safety. 2022. Vol. 4(45). P. 25-39. <http://dx.doi.org/10.26583/GNS-2022-04-03>