

**ЭКСПЛУАТАЦИЯ ОБЪЕКТОВ  
АТОМНОЙ ОТРАСЛИ**  
OPERATION OF FACILITIES  
NUCLEAR INDUSTRY

УДК 621.039.515  
DOI 10.26583/gns-2023-03-08  
EDN YBZMTK



**Верификация модели динамики ядерного реактора ВВЭР-1200,  
состоящей из одного топливного узла, примыкающего к двум узлам  
теплоносителя**

С.С. Правосуд<sup>1,2</sup> , Д.С. Маслаков<sup>2</sup> , Я.О. Якубов<sup>2</sup> , А.А. Овчеренко<sup>1</sup>

<sup>1</sup> АНО ДПО «Техническая академия Росатома», г. Обнинск, Калужская обл., Россия

<sup>2</sup> Северский технологический институт – филиал национального исследовательского ядерного  
университета «МИФИ», г. Северск, Томская обл., Россия

✉ SSePravosud@rosatom.ru

**Аннотация.** В силу того, что современная теория автоматического управления накладывает ограничения на математические модели объекта управления, дальнейшее развитие и верификация математических моделей ядерных энергетических установок, пригодных для синтеза системы автоматического регулирования мощности, является актуальной задачей. В статье рассматривается модель динамики низкого порядка со сосредоточенными параметрами водо-водяного энергетического реактора российского дизайна, а также проводится ее верификация с экспериментальными данными полноразмерного тренажера реактора ВВЭР-1200 в двух тестах, связанных с изменением положения 12 группы ОР СУЗ и изменением входной температуры теплоносителя. Для этого полученная модель была создана в программном пакете MATLAB в качестве S-function lv.2 для возможности обработки любых входных сигналов. В рамках предложенного подхода уравнение для описания процесса нагрева теплоносителя представлено в виде модели двух последовательно соединенных узлов. В представленной работе показано преимущество данного подхода по сравнению с традиционным, где среднее значение температуры теплоносителя определено как полусумма входной и выходной температур на примере теста с резким изменением входной температуры теплоносителя в активную зону. В частотной области авторы приводят анализ устойчивости модели в форме пространства состояний по отношению к различным внешним возмущениям. Сделаны выводы о возможности использования предложенной модели как объекта управления пятого порядка для параметрического синтеза регулятора системы автоматического регулирования мощности ядерной энергетической установки.

**Ключевые слова:** динамика реакторов, ВВЭР-1200, верификация, передаточная функция, пространство состояний, регулятор мощности, теплогидравлика, модель Манна, ОР СУЗ, MATLAB S-Function lv.2, Simulink.

**Для цитирования:** Правосуд С.С., Маслаков Д.С., Якубов Я.О., Овчеренко А.А. Верификация модели динамики ядерного реактора ВВЭР-1200, состоящей из одного топливного узла, примыкающего к двум узлам теплоносителя. *Глобальная ядерная безопасность*. 2023;13(3):82–95. <https://doi.org/10.26583/gns-2023-03-08>

**Verification of the WVER-1200 reactor dynamic model consisting of one-fuel unit  
adjacent to two coolant units**

Sergei S. Pravosud<sup>1,2</sup> , Daniil S. Maslakov<sup>2</sup> , Yaroslav O. Yakubov<sup>2</sup> ,  
Aleksandra A. Ovcherenko<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Rosatom Technical Academy, Obninsk, Kaluga region, Russia

<sup>2</sup> Seversk Technological Institute the branch of National Research Nuclear University «MEPhI», Seversk, Tomsk  
region, Russia

✉ SSePravosud@rosatom.ru

**Abstract.** As modern control systems engineering imposes limits on mathematical models of control objects, further development, and verification of the mathematical models suitable for power control system synthesis of nuclear power facilities is an ongoing problem. This article deals with the low-order dynamics model with lumped parameters of the Russian-designed pressurized water reactor, as well as its verification with experimental data from the full-size simulator of the WVER – 1200 nuclear reactor within two tests related to

changing the position of Group 12 of CPS CR and changing the inlet coolant temperature. This model was created as a MATLAB S-function lv.2 model because of its capability to handle any type of signal. Within this approach, the equation describing the coolant heating process is represented as a «two well-stirred tanks in series» model. The article demonstrates the upside of the given approach in comparison with the conventional approach, where the average temperature of the coolant is determined as an arithmetic mean of inlet and outlet coolant temperatures, respectively, on the basis of the test with a sudden change of the reactor inlet coolant temperature. In the frequency domain, the authors carry out stability analyses of the given model in a state-space form in relation to different external disturbances. Conclusions about the suitability of the given model as a fifth-order control object for parametric synthesis of a controller for the power control system of a nuclear power facility are drawn.

**Keywords:** Reactor dynamics, WWER-1200, verification, transfer function, state space representation, power controller, thermal hydraulics, Mann's model, CPS CR, MATLAB S-Function lv.2, Simulink.

**For citation:** Pravosud S.S., Maslakov D.S., Yakubov Ya.O., Ovcherenko.A.A. Verification of the Verification of the WWER-1200 reactor dynamic model consisting of one-fuel unit adjacent to two coolant units. *Глобальная ядерная безопасность*. 2023;13(3):82–95. <https://doi.org/10.26583/gns-2023-03-08>

## Введение

Современные нейтронно-физические, теплогидравлические и мультифизические расчетные коды ядерных реакторов постоянно улучшаются и верифицируются с экспериментальными данными; в основе этих кодов лежат нелинейные модели с распределенными по радиусу и высоте активной зоны технологическими параметрами ядерной энергетической установки. Однако, обладая высокой степенью прецизионности, они не могут быть использованы для синтеза систем автоматического регулирования мощности, в парадигме которого лежит предположение, что математическая модель объекта будет задана в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений [1]. Несмотря на то, что современная теория автоматического управления допускает использование нелинейных математических моделей объекта управления, для получения уравнения в пространстве состояний или передаточной функции они должны быть линеаризованы с использованием, например, метода малых отклонений [2], поэтому дальнейшее исследование и верификация математических моделей динамики ядерных реакторов низкого порядка, которые потенциально могут использоваться для такой цели, является актуальной задачей.

## Классическая модель динамики низкого порядка

Подход при составлении моделей динамики низкого порядка подразумевает разбиение системы на области с однородными внутренними свойствами (узлы), и взаимодействующие с соседними областями (узлами) по известному закону. В простейшем случае такая модель может быть представлена двумя узлами – узлом нейтронно-физических процессов и узлом теплогидравлических процессов.

Нейтронно-физические процессы в активной зоне ядерного реактора описываются с использованием модели точечной кинетики ядерного реактора, базирующейся, в свою очередь, на односкоростном нестационарном уравнении диффузии нейтронов, дополненным уравнениями для концентраций ядер-предшественников запаздывающих нейтронов и температурными эффектами реактивности. Также при составлении уравнения традиционно используются одна усредненная [3] группа, три обобщенные (Skinner – Cohen model) группы [4-6], или шесть групп [7] для концентрации ядер-предшественников запаздывающих нейтронов.

В свою очередь, качественный анализ теплогидравлических процессов должен включать в себя уравнения, описывающие сохранение энергии, импульса, и массы теплоносителя. Однако, данный подход может быть упрощен в предположении о том, что теплоноситель имеет постоянную плотность, и давление с массовым расходом не изменяются, что позволяет исключить из рассмотрения уравнения для сохранения массы и импульса. Также считается, что изменение температуры теплоносителя,

вызванное его нагревом из-за взаимодействия с тепловыделяющими элементами, происходит в осевом направлении [8], а направление теплопередачи от узла топливных элементов к узлу теплоносителя – в радиальном.

С учетом перечисленных выше допущений для шести групп запаздывающих нейтронов математическая модель динамики реактора ВВЭР может быть записана системой уравнений (1) [7]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dP(t)}{dt} = \frac{\rho(T, \theta) - \beta}{\Lambda} P(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i^*(t) \\ \frac{dC_i^*(t)}{dt} = \frac{\beta_i}{\Lambda} P(t) - \lambda_i C_i^*(t) \\ m_T \gamma_T \frac{d\bar{T}(t)}{dt} = \varepsilon P(t) - K_{\text{тепл}} S_{\text{пов}} (\bar{T}(t) - \bar{\theta}(t)) \\ m_{\text{ТН}} \gamma_{\text{ТН}} \frac{d\bar{\theta}(t)}{dt} = (1 - \varepsilon) P(t) + K_{\text{тепл}} S_{\text{пов}} (\bar{T}(t) - \bar{\theta}(t)) - G_{\text{ТН}} \gamma_{\text{ТН}} (\theta_{\text{вых}} - \theta_{\text{вх}}) \\ \rho(T, \theta) = \rho + \alpha_T^T (\bar{T}(t) - \bar{T}_0) + \alpha_{\text{ТН}}^T (\bar{\theta}(t) - \bar{\theta}_0) \end{array} \right. \quad (1)$$

где  $P$  – тепловая мощность ядерного реактора (МВт);

$C_i^*$  – нормированная на мощность концентрация ядер-предшественников запаздывающих нейтронов (МВт);

$\bar{T}$  – среднее значение температуры топливных элементов ( $^{\circ}\text{C}$ );

$\bar{\theta}$  – среднее по высоте и ширине каналов теплоносителя значение температуры теплоносителя в активной зоне ( $^{\circ}\text{C}$ );

$\Lambda$  – время жизни нейтронов (сек);

$\rho$  – реактивность, вносимая ОР СУЗ;

$\beta$  – суммарная доля запаздывающих нейтронов  $\beta = \sum_i^6 \beta_i$ ;

$\lambda_i$  – постоянная распада  $i$ -ой группы ядер-предшественников запаздывающих нейтронов ( $\text{сек}^{-1}$ );

$\varepsilon$  – доля энергии, выделяющаяся непосредственно в топливе ( $\sim 97\%$ );

$S_{\text{пов}}$  – площадь поверхность теплообмена ( $\text{м}^2$ );

$K_{\text{тепл}}$  – коэффициент теплопередачи от топлива к теплоносителю ( $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{ } ^{\circ}\text{C}}$ );

$m_T$  – масса топливных элементов (кг);

$\gamma_T$  – удельная теплоемкость топливных элементов ( $\frac{\text{Дж}}{\text{кг } ^{\circ}\text{C}}$ );

$G_{\text{ТН}}$  – массовый расход теплоносителя через реактор ( $\frac{\text{кг}}{\text{с}}$ );

$m_{\text{ТН}}$  – масса теплоносителя в активной зоне (кг);

$\gamma_{\text{ТН}}$  – удельная теплоемкость теплоносителя ( $\frac{\text{Дж}}{\text{кг } ^{\circ}\text{C}}$ );

$\theta_{\text{вых}}, \theta_{\text{вх}}$  – температура теплоносителя на выходе из активной зоны и входе в активную зону, усредненные поперек каналов теплоносителя ( $^{\circ}\text{C}$ );

$\alpha_T^T$  – коэффициент реактивности по температуре топлива ( $\frac{1}{^{\circ}\text{C}}$ );

$\alpha_{\text{ТН}}^T$  – коэффициент реактивности по температуре теплоносителя ( $\frac{1}{^{\circ}\text{C}}$ ).

Некоторые величины, входящие в систему уравнений (1), требуют дополнительного пояснения: площадь поверхности теплообмена  $S_{\text{пов}}$  была принята равной площади поверхности одного ТВЭЛ  $S_{\text{ТВЭЛ}}$ , умноженного на число ТВЭЛ  $N_{\text{ТВЭЛ}}$  (312 шт.) в ТВС и на число ТВС  $N_{\text{ТВС}}$  (163 шт.) в загрузке реактора как (2.1):

$$S_{\text{пов}} = S_{\text{ТВЭЛ}} N_{\text{ТВЭЛ}} N_{\text{ТВС}} \quad (2.1)$$

Масса теплоносителя  $m_{\text{ТН}}$ , находящегося в активной зоне реактора, была определена следующим образом: для известного расстояния  $h$  между центрами двух ТВЭЛ, диаметр которых равен  $D$ , можно найти приближенное значение площади, занятой теплоносителем, как представлено на рисунке 1 и выражением (2.2):

$$S_{\text{ТН}} \approx h^2 - \frac{\pi D^2}{4} \quad (2.2)$$

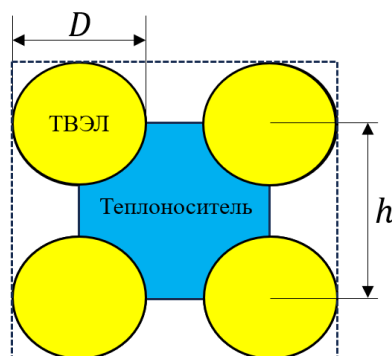


Рисунок 1. К определению площади, занимаемой теплоносителем

Figure 1. Determination of the area occupied by coolant

Зная площадь, занимаемую теплоносителем  $S_{\text{ТН}}$  и умножая ее на общее число ТВЭЛ  $N_{\text{ТВЭЛ}}$  и общее число ТВС  $N_{\text{ТВС}}$  можно получить общую площадь теплоносителя. Тогда умножение полученного значения на длину одного ТВЭЛ  $l_{\text{ТВЭЛ}}$  и на плотность теплоносителя  $\gamma_{\text{ТН}}$  позволит определить массу теплоносителя следующим образом как в выражении (2.3):

$$m_{\text{ТН}} \approx \left( h^2 - \frac{\pi D^2}{4} \right) N_{\text{ТВЭЛ}} N_{\text{ТВС}} l_{\text{ТВЭЛ}} \gamma_{\text{ТН}} \quad (2.3)$$

Значения параметров реактора, используемые при моделировании, представлены в таблице 1.

Таблица 1. Параметры реактора, использованные при моделировании

Table 1. Nuclear reactor parameters used in the simulation

Параметр	Численное значение
Тепловая мощность реактора $P$	3200
Массовый расход теплоносителя $G_{\text{ТН}}$	19000
Масса топлива $m_{\text{Т}}$	86000
Масса теплоносителя в АЗ $m_{\text{ТН}}$	6000
Коэффициент теплопередачи $\times$ площадь поверхности теплообмена $K_{\text{тепл}} S_{\text{пов}}$	945325
Температура теплоносителя на входе в АЗ	297
Удельная теплоемкость топливных элементов $\gamma_{\text{Т}}$	277
Удельная теплоемкость теплоносителя $\gamma_{\text{ТН}}$	4850

В уравнении теплового баланса для теплоносителя в системе (1) содержится три температуры: средняя  $\bar{\theta}$ , получаемая непосредственно при моделировании, входная  $\theta_{\text{вх}}$ , задаваемая в качестве начальных условий, и выходная  $\theta_{\text{вых}}$ , для определения которой необходимы некоторые допущения. В работе В.К. Семенова и М.А. Вольман «Обоснование математической модели теплообмена для реактора с сосредоточенными

параметрами» [8] получено теоретическое обоснование для связи трех температур между собой следующим соотношением (2.4):

$$\bar{\theta} = \frac{\theta_{\text{вх}} + \theta_{\text{вых}}}{m}, \quad (2.4)$$

где параметр  $m \approx 2$ .

Численные эксперименты, также проведенные в работе В.К. Семенова и М.А. Вольман [8] показывают, что отличие полученной реальной средней температуры от значения полусуммы входной и выходной температур теплоносителя составляет порядка 3 %. Однако, при выражении выходной температуры из (2.4) следует (2.5):

$$\theta_{\text{вых}} = m\bar{\theta} - \theta_{\text{вх}}, \quad (2.5)$$

что, в свою очередь, приводит к противоречивому результату: резкое понижение или повышение температуры теплоносителя на входе в активную зону приведет к резкому повышению или понижению температуры теплоносителя на выходе из активной зоны, соответственно. Данная особенность при увеличении и уменьшении  $\theta_{\text{вх}}$  скачком на  $\sim 5^\circ\text{C}$  продемонстрирована на рисунке 2.

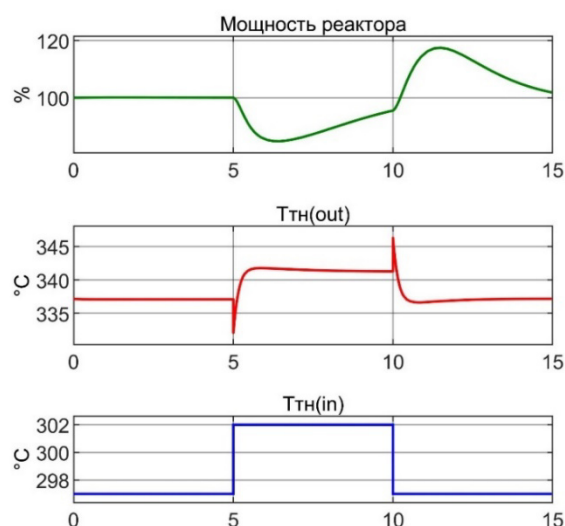


Рисунок 2. Поведение системы (1) при резком изменении  $\theta_{\text{вх}}$   
 Figure 2. Behavior of the system (1) at a sudden change of  $\theta_{\text{in}}$

$T_{\text{тн}}(\text{out})$  соответствует поведению температуры теплоносителя на выходе из активной зоны,  $T_{\text{тн}}(\text{in})$  соответствует поведению температуры теплоносителя на входе в активную зону (см. рис. 2). При проведении численного моделирования в Simulink MATLAB модель (1) была представлена в виде Level-2 MATLAB S-Function – файла, а изменение температуры теплоносителя на входе в активную зону задавалось блоком Step.

### Теплогидравлическая модель Р. Манна

Одним из возможных решений проблемы, вызванной формулой (2.4), является предположение о равенстве выходной температуры теплоносителя  $\theta_{\text{вых}}$  и средней температуры самого узла  $\bar{\theta}$ . Такое предположение получило название «хорошо перемешанный объем жидкости» («well-stirred tank») [9]. Данная модель может быть записана как (3.1):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dP(t)}{dt} = \frac{\rho(T, \theta) - \beta}{\Lambda} P(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i^*(t) \\ \frac{dC_i^*(t)}{dt} = \frac{\beta_i}{\Lambda} P(t) - \lambda_i C_i^*(t) \\ m_T \gamma_T \frac{d\bar{T}(t)}{dt} = \varepsilon P(t) - K_{\text{тепл}} S_{\text{пов}} (\bar{T}(t) - \bar{\theta}(t)) \\ m_{\text{TH}} \gamma_{\text{TH}} \frac{d\bar{\theta}(t)}{dt} = (1 - \varepsilon) P(t) + K_{\text{тепл}} S_{\text{пов}} (\bar{T}(t) - \bar{\theta}(t)) - G_{\text{TH}} \gamma_{\text{TH}} (\bar{\theta}(t) - \theta_{\text{вх}}) \\ \rho(T, \theta) = \rho + \alpha_T^T (\bar{T}(t) - \bar{T}_0) + \alpha_{\text{TH}}^T (\bar{\theta}(t) - \bar{\theta}_0) \end{array} \right. \quad (3.1)$$

Ожидаемо, что такое допущение будет демонстрировать неудовлетворительный результат, касаемый точности измерения значения температуры теплоносителя на выходе из активной зоны, поэтому в качестве дальнейшего развития этой идеи в работе [10] используется подход Р. Манна, в рамках которого также лежит следующее предположение: однофазный теплоноситель находится в двух последовательно соединенных узлах («two well-stirred tanks in series»); это предполагает равенство между выходной температурой теплоносителя из данных узлов и их средней температурой как в (3.2):

$$\theta_{\text{вых}_1} = \bar{\theta}_1; \theta_{\text{вых}_2} = \bar{\theta}_2 \quad (3.2)$$

Оба узла теплоносителя примыкают к одному топливному узлу, а также получают ровно половину от выделяющейся в теплоносителе энергии. В то же время температура на выходе из первого узла теплоносителя обеспечивает движущую силу теплопередачи от топливных элементов и служит входной температурой во второй узел теплоносителя.

Исходя из перечисленных выше допущений, модифицированная система уравнений точечной динамики реактора ВВЭР и PWR [11,12], может быть записана в виде системы уравнений (4):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dP(t)}{dt} = \frac{\rho(T, \theta) - \beta}{\Lambda} P(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i^*(t) \\ \frac{dC_i^*(t)}{dt} = \frac{\beta_i}{\Lambda} P(t) - \lambda_i C_i^*(t) \\ m_T \gamma_T \frac{d\bar{T}(t)}{dt} = \varepsilon P(t) - K_{\text{тепл}} S_{\text{пов}} (\bar{T}(t) - \bar{\theta}_1(t)) \\ m_{\text{TH}} \gamma_{\text{TH}} \frac{d\bar{\theta}_1(t)}{dt} = \frac{1 - \varepsilon}{2} P(t) + \frac{K_{\text{тепл}} S_{\text{пов}}}{2} (\bar{T}(t) - \bar{\theta}_1(t)) - G_{\text{TH}} \gamma_{\text{TH}} (\bar{\theta}_1(t) - \theta_{\text{вх}}) \\ m_{\text{TH}} \gamma_{\text{TH}} \frac{d\bar{\theta}_2(t)}{dt} = \frac{1 - \varepsilon}{2} P(t) + \frac{K_{\text{тепл}} S_{\text{пов}}}{2} (\bar{T}(t) - \bar{\theta}_1(t)) - G_{\text{TH}} \gamma_{\text{TH}} (\bar{\theta}_2(t) - \bar{\theta}_1(t)) \\ (T, \theta) = \rho + \alpha_T^T (\bar{T}(t) - \bar{T}_0) + \frac{\alpha_{\text{TH}}^T}{2} (\bar{\theta}_1(t) - \bar{\theta}_{10}) + \frac{\alpha_{\text{TH}}^T}{2} (\bar{\theta}_2(t) - \bar{\theta}_{20}) \end{array} \right. \quad (4)$$

В модели (4)  $m_{\text{TH}}$  в каждом узле равна половине общей массы теплоносителя в активной зоне; также следует отметить, что полученная система (4), как и исходные системы (1) или (3), является «жесткой» [7,13] системой обыкновенных дифференциальных уравнений, расширяемых, по мере необходимости, уравнениями дополнительных процессов, таких как отравление реактора продуктами деления.

Важным преимуществом подхода (4) в сравнении с подходом (1) является то, что резкое понижение или повышение температуры на входе в активную зону не вызывает резкого повышения или понижения температуры на выходе из активной зоны, соответственно. Поведение системы (4) на примере резкого увеличения и затем резкого уменьшения температуры теплоносителя на входе в активную зону  $\theta_{\text{вх}}$  скачком на  $\sim 5^\circ\text{C}$  представлено на рисунке 3.

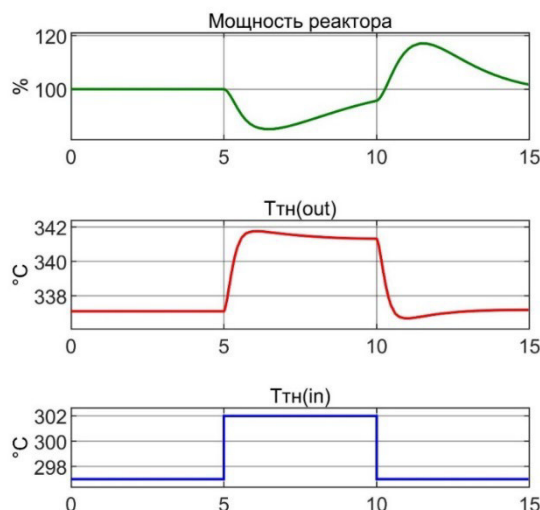


Рисунок 3. Поведение системы (4) при резком изменении  $\theta_{\text{вх}}$   
Figure 3. Behavior of the system (4) at a sudden change of  $\theta_{\text{in}}$

Исходя из представленных графиков (см. рис. 3), также можно сделать вывод, что мощность изменяется идентичным образом, как и в модели (1), а в установившемся режиме выходная температура теплоносителя равна значению, представленному на рисунке 2.

Подход, используемый при составлении данной модели, также может быть расширен для большего числа узлов [10]: в случае использования двух узлов топливных элементов к каждому необходимо подводить пару узлов теплоносителя.

### Линеаризованная модель и оценка ее устойчивости

Для представления системы (4) в форме, пригодной для синтеза регулятора системы автоматического регулирования мощности, она должна быть линеаризована. Переходя к одной усредненной группе запаздывающих нейтронов и применяя метод малых отклонений, представим переменные (5.1) в виде суммы постоянного значения и отклонения  $\delta$  от этого значения:

$$\begin{cases} P(t) = P_0 + \delta P(t) \\ \bar{C}(t) = \bar{C}_0 + \delta \bar{C}(t) \\ \bar{T}(t) = \bar{T}_0 + \delta \bar{T}(t) \\ \bar{\theta}_1(t) = \bar{\theta}_{1_0} + \delta \bar{\theta}_1(t) \\ \bar{\theta}_2(t) = \bar{\theta}_{2_0} + \delta \bar{\theta}_2(t) \\ \rho = \rho_0 + \delta \rho_0 \\ \theta_{\text{вх}} = \theta_{\text{вх}_0} + \delta \theta_{\text{вх}} \end{cases} \quad (5.1)$$

С учетом (5.1) система (4), исключая переменные, описывающие установившийся режим, а также величины второго порядка малости, может быть записана в виде системы уравнений (5.2):

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\delta P(t)}{dt} &= \frac{\rho_0 - \beta}{\Lambda} \delta P(t) + \lambda \delta \bar{C}(t) + \frac{\alpha_T^T P_0}{\Lambda} \delta \bar{T}(t) + \frac{\alpha_{TH}^T P_0}{2\Lambda} \delta \bar{\theta}_1(t) + \frac{\alpha_{TH}^T P_0}{2\Lambda} \delta \bar{\theta}_2(t) + \frac{P_0}{\Lambda} \delta \rho_0 \\ \frac{d\delta \bar{C}(t)}{dt} &= \frac{\beta}{\Lambda} \delta P(t) - \lambda \delta \bar{C}(t) \\ \frac{d\delta \bar{T}(t)}{dt} &= \frac{\varepsilon}{m_T \gamma_T} \delta P(t) + \frac{K_{\text{тепл}} S_{\text{пов}}}{m_T \gamma_T} \delta \bar{T}(t) - \frac{K_{\text{тепл}} S_{\text{пов}}}{m_T \gamma_T} \delta \bar{\theta}_1(t) \\ \frac{d\delta \bar{\theta}_1(t)}{dt} &= \frac{1 - \varepsilon}{2m_{TH} \gamma_{TH}} \delta P(t) + \frac{K_{\text{тепл}} S_{\text{пов}}}{2m_{TH} \gamma_{TH}} \delta \bar{T}(t) - \frac{K_{\text{тепл}} S_{\text{пов}} + 2G_{TH} \gamma_{TH}}{2m_{TH} \gamma_{TH}} \delta \bar{\theta}_1(t) + \frac{G_{TH}}{m_{TH}} \delta \theta_{\text{вх}} \\ \frac{d\delta \bar{\theta}_2(t)}{dt} &= \frac{1 - \varepsilon}{2m_{TH} \gamma_{TH}} \delta P(t) + \frac{K_{\text{тепл}} S_{\text{пов}}}{2m_{TH} \gamma_{TH}} \delta \bar{T}(t) - \frac{K_{\text{тепл}} S_{\text{пов}} + 2G_{TH} \gamma_{TH}}{2m_{TH} \gamma_{TH}} \delta \bar{\theta}_1(t) + \frac{G_{TH}}{m_{TH}} \delta \bar{\theta}_2 \end{aligned} \right. \quad (5.2)$$

Система (5.2) представляет собой линеаризованную систему, где входными возмущениями являются внешняя реактивность  $\delta \rho_0$  и отклонение температуры теплоносителя на входе  $\delta \theta_{\text{вх}}$ . Следовательно, уравнение в пространстве состояний принимает вид (5.3):

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (5.3)$$

где  $x(t)$  – вектор состояния;

$u(t)$  – вектор управления;

$y(t)$  – вектор выходных параметров;

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\rho_0 - \beta}{\Lambda} & \lambda & \frac{\alpha_T^T P_0}{\Lambda} & \frac{\alpha_{TH}^T P_0}{2\Lambda} & \frac{\alpha_{TH}^T P_0}{2\Lambda} \\ \frac{\beta}{\Lambda} & -\lambda & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\varepsilon}{m_T \gamma_T} & 0 & \frac{K_{\text{тепл}} S_{\text{пов}}}{m_T \gamma_T} & -\frac{K_{\text{тепл}} S_{\text{пов}}}{m_T \gamma_T} & 0 \\ \frac{1 - \varepsilon}{2m_{TH} \gamma_{TH}} & 0 & \frac{K_{\text{тепл}} S_{\text{пов}}}{2m_{TH} \gamma_{TH}} & -\frac{K_{\text{тепл}} S_{\text{пов}} + 2G_{TH} \gamma_{TH}}{2m_{TH} \gamma_{TH}} & 0 \\ \frac{1 - \varepsilon}{2m_{TH} \gamma_{TH}} & 0 & \frac{K_{\text{тепл}} S_{\text{пов}}}{2m_{TH} \gamma_{TH}} & \frac{K_{\text{тепл}} S_{\text{пов}} + 2G_{TH} \gamma_{TH}}{2m_{TH} \gamma_{TH}} & -\frac{G_{TH}}{m_{TH}} \end{bmatrix} \quad \text{– матрица системы,}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{P_0}{\Lambda} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{G_{TH}}{m_{TH}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{– матрица управления,}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{– матрица выхода,}$$

$$D = [0] \quad \text{– матрица прямой связи.}$$

В матрице  $C$  в качестве выходных параметров были выбраны отклонение мощности реактора  $\delta P$ , отклонение средней температуры топливных элементов  $\delta \bar{T}$  и отклонение выходной температуры теплоносителя  $\delta \bar{\theta}_2$  (отклонение температуры второго узла). Для оценки влияния возмущений на поведение системы (4.3) в MATLAB были построены амплитудно-частотные характеристики по отношению ко входным возмущениям  $\delta \rho_0$  и  $\delta \theta_{\text{вх}}$ , представленные на рисунках 4а и 4б.



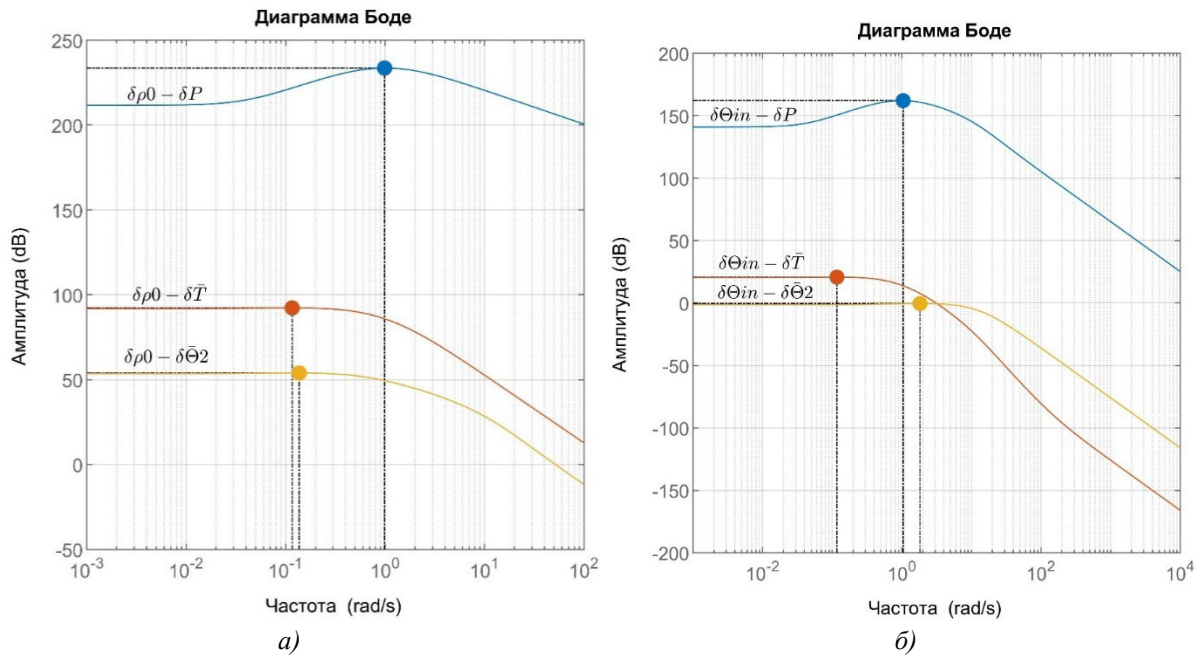


Рисунок 4. Частотные характеристики модели (4.3) по отношению: а) к возмущению  $\delta\rho_0$ ; б) к возмущению  $\delta\Theta_{\text{ex}}$   
 Figure 4. Frequency response of the model (4.3) in relation: a) to the disturbance of  $\delta\rho_0$ ; б) to the disturbance of  $\delta\Theta_{\text{in}}$

Исходя из приведенных данных, можно сделать вывод, что система (4.3) является устойчивой, так как частотные характеристики при малых значениях частоты  $\omega$  стремятся к постоянному значению независимо от вида возмущающего воздействия. Также из выражения (5.3) можно определить передаточную функцию ядерного реактора к возмущающим воздействиям. Для этого необходимо воспользоваться преобразованием вида (5.4):

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = C(sI - A)^{-1}B + D, \quad (5.4)$$

где  $I$  – единичная матрица размерности матрицы  $A$ .

Следует отметить, что в случае использования не самих переменных, а их отклонений от стационарного значения, требования к определению передаточной функции – нулевые начальные условия – выполняются. Тогда передаточная функция по каналу «отклонение реактивности – относительное отклонение мощности реактора» при значениях параметров, представленных в таблице 1, имеет следующие численные значения (5.5):

$$W_{\delta\rho_0 - \delta P}(s) = \frac{1,067 \times 10^{12}s^4 + 2,731 \times 10^{13}s^3 + 1,763 \times 10^{14}s^2 + 2,025 \times 10^{13}s + 5,26 \times 10^{11}}{3,2 \times 10^9s^5 + 8,874 \times 10^{10}s^4 + 7,084 \times 10^{11}s^3 + 1,301 \times 10^{12}s^2 + 6,293 \times 10^{11}s + 4,423 \times 10^{10}}, \quad (5.5)$$

что представляет собой объект управления пятого порядка. Для таких систем в работе «Design of controllers for higher order systems» [14] предложен метод параметрического синтеза ПИД-регулятора на основе модального метода с учетом расположения комплексно-сопряженных полюсов.

### Верификация предложенной модели с экспериментальными данными

Верификация полученной модели (4) производилась с экспериментальными данными, полученными с аналитического тренажера реактора ВВЭР-1200 разработки АО ИТЦ «ДЖЭТ» и установленным в АНО ДПО «Техническая академия Росатома», в двух тестах: отслеживалась реакция системы на изменение положения 12 группы ОР СУЗ ( $\delta\rho_0$ ), и изменение температуры теплоносителя на входе в активную зону реактора путем снижения давления в парогенераторе ( $\delta\theta_{вх}$ ).

Полученную модель (4), созданную в MATLAB в качестве Level-2 S-Function – файла, для проведения первого теста необходимо дополнить математической моделью 12 группы ОР СУЗ, которая может быть получена из теории возмущений, и представлена в виде формулы (6):

$$\rho(z) = \rho_0 \frac{z}{H} \left( 1 - \frac{\sin\left(\frac{2\pi z}{H}\right)}{\frac{2\pi z}{H}} \right), \quad (6)$$

где  $\rho_0$  – эффективность в долях реактивности полностью погруженной 12 группы ОР СУЗ;

$z$  – координата 12 группы ОР СУЗ;

$H$  – высота активной зоны реактора ВВЭР-1200.

Результаты расчета, полученные по формуле (6), в диапазоне положения ОР СУЗ 7-150 см показывают заниженный результат; в диапазоне 150-220 см – завышенный. Их сравнение приведено на рисунке 5, где представлены результаты численного эксперимента и результаты расчета по формуле (6) соответственно:

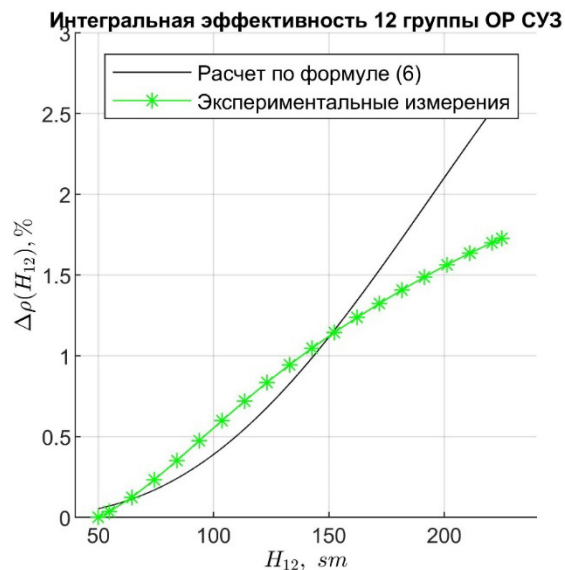


Рисунок 5. Сравнение результатов, полученных по формуле (6) с экспериментальными данными

Figure 5. Comparison of the results obtained by formula (6) with experimental data

Математическая модель 12 группы ОР СУЗ (6) при моделировании в Simulink была представлена в виде MATLAB Function блока. Экспериментальные зависимости приведены на рисунках 6а и 7а; результаты, полученные по модели (4), приведены на рисунках 6б и 7б, соответственно.

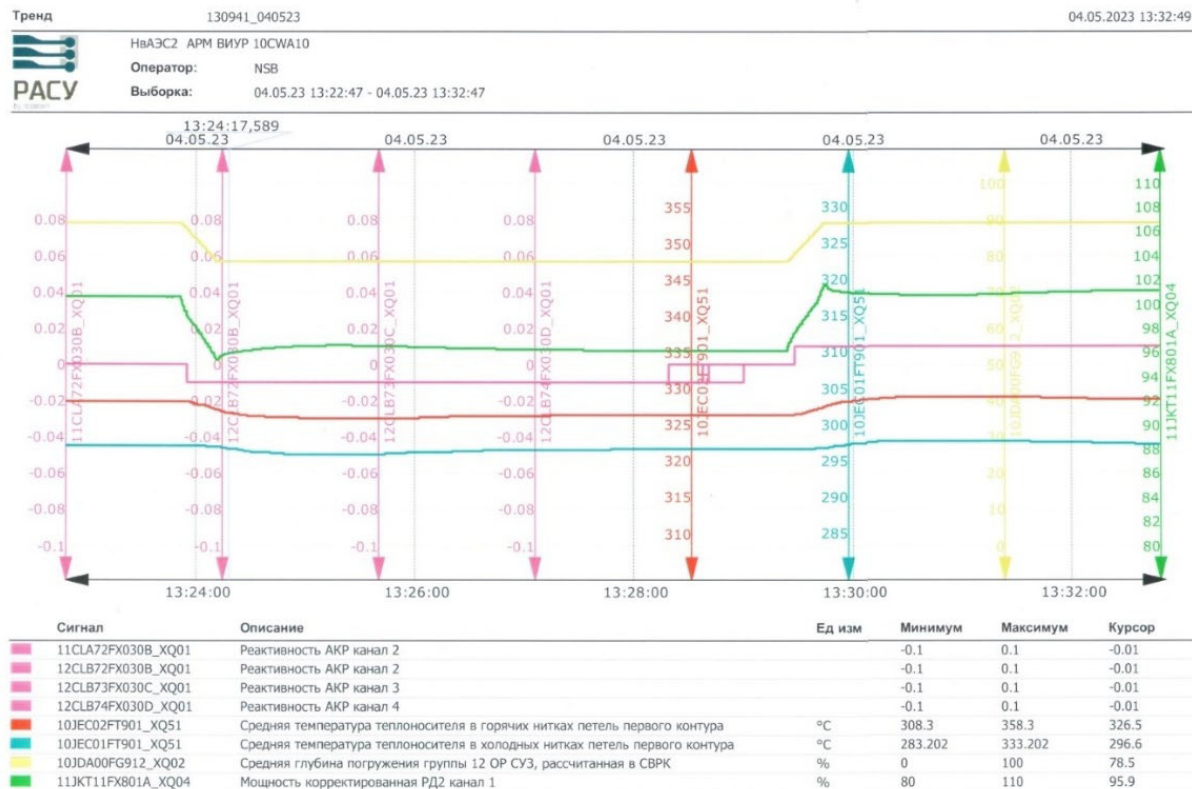


Рисунок 6а. Параметры тренажера при плавном вводе и выводе 12 группы ОР СУЗ

Figure 6a. Simulator parameters with a smooth insertion and withdrawal of Group 12 of CPS CR

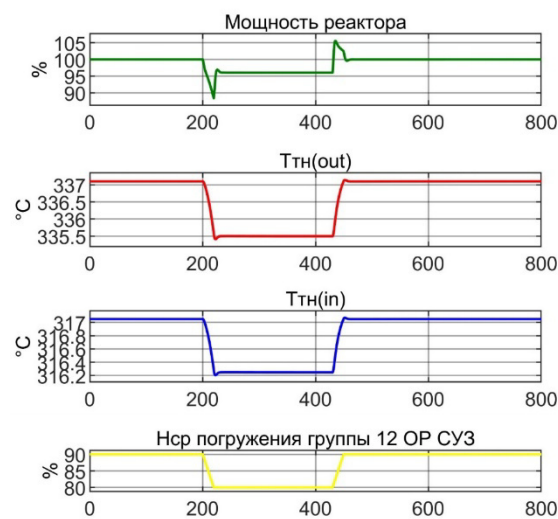


Рисунок 6б. Параметры модели (4) при плавном вводе и выводе модели (6) 12 группы ОР СУЗ

Figure 6b. Parameters of the model (4) at a smooth insertion and withdrawal of the model (6) of Group 12 of CPS CR

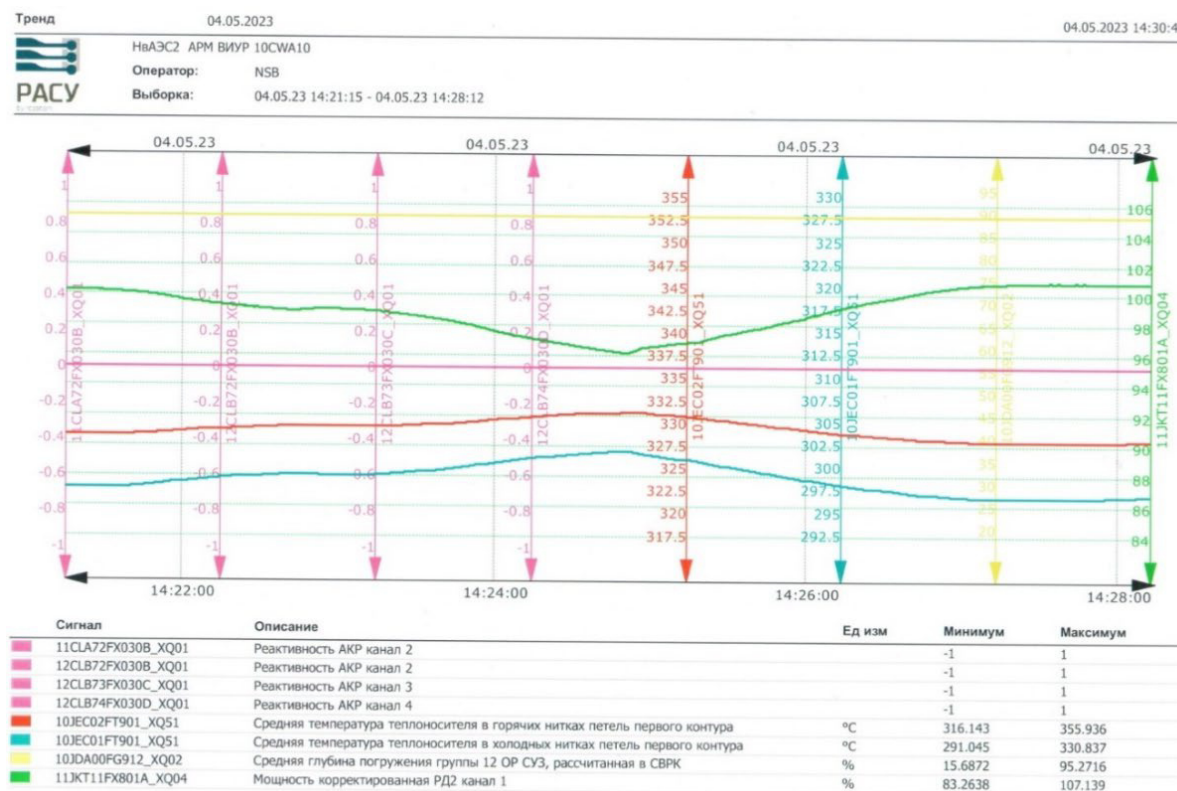


Рисунок 7а. Параметры тренажера при плавном повышении и понижении температуры теплоносителя на 5°C на входе в активную зону путем изменения давления в парогенераторе  
Figure 7a. Simulator parameters at a smooth increase and decrease of the reactor inlet coolant temperature by 5°C though changing the steam generator pressure

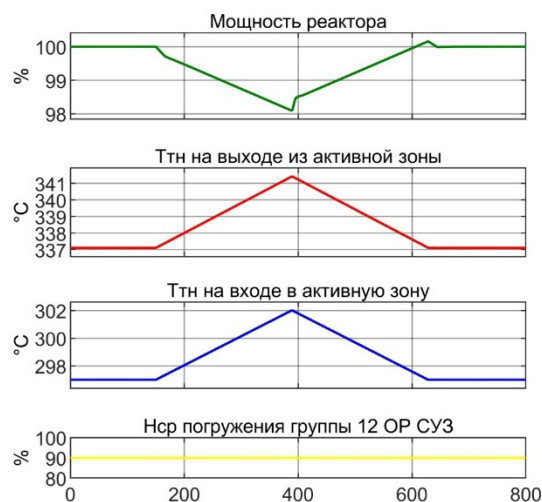


Рисунок 7б. Параметры модели (4) при плавном повышении и понижении температуры теплоносителя на 5°C на входе в активную зону

Figure 7b. Parameters of the model (4) at a smooth increase and decrease of the reactor inlet coolant temperature by 5°C

На рисунках 6а и 7а приведены следующие данные: желтым цветом изображено положение 12 группы ОР СУЗ, зеленым цветом изображена мощность ядерного реактора, розовым цветом – показания реактиметра, красным цветом – средняя температура теплоносителя в горячих нитках петель первого контура, синим цветом – средняя температура теплоносителя в холодных нитках петель первого контура.

Моделирование плавного повышения и понижения температуры теплоносителя на входе  $\theta_{вх}$  осуществлялось в среде Simulink MATLAB с помощью комбинации блоков Ramp и блоков Saturation.

Опираясь на приведенные данные графиков 6б и 7б, можно сделать вывод, что предложенная модель (4) динамики низкого порядка в целом демонстрирует удовлетворительное поведение в сравнении с экспериментальными данными, полученными на тренажере.

### Заключение

Исследованная в работе модель динамики низкого порядка, состоящая из классической модели точечной кинетики, дополненная модифицированной моделью теплогидравлики в подходе Р. Манна, состоящей из двух узлов теплоносителя, примыкающих к одному топливному узлу, лишена недостатка классической модели динамики низкого порядка, связанного с противоречивым поведением входной и выходной температур теплоносителя, соответственно. Ее потенциальная масштабируемость на большее число блоков, например для 2 параллельных узлов топливных элементов, получающих ровно половину от общей выделяющейся в них энергии, с примыкающим к ним 4 последовательным узлам теплоносителя, потенциально может привести к улучшению точности расчетов и моделирования переходных процессов. В то же время, данная математическая модель может быть линеаризована и представлена как модель в пространстве состояний или передаточная функция, что позволяет производить параметрический синтез регулятора системы автоматического регулирования мощности ядерной энергетической установки.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. Pikina G.A., Dinh L.V., Pashchenko A.F., Pashchenko F.F. The dynamic models of water-water nuclear reactor with temperature reactivity coefficients. *IEEE 10th Conference on industrial electronics and applications (ICIEA)*. Auckland. New Zealand 2015. P. 1014–1019. doi: 10.1109/ICIEA.2015.7334256.
2. Jiang Y., Geslot B., Lamirand V., Leconte P. Review of kinetic modulation experiments in low power nuclear reactors. *European Journal of Physics N (EPJ-N) Nuclear sciences and technologies*. 2020;(6):55. <https://doi.org/10.1051/epjn/2020017>
3. Liu X., Wang M. Nonlinear fuzzy model predictive control for a PWR nuclear power plant. *Mathematical Problems in Engineering*. 2014; 908526. <https://doi.org/10.1155/2014/908526>
4. Zaidabadi nejad M., Ansarifar G.R. Robust feedback-linearization control for axial power distribution in pressurized water reactors during load-following operation. *Nuclear engineering and technology*. 2018;(50)1:97–106. <https://doi.org/10.1016/j.net.2017.10.013>
5. Pilehvar A.F., Esteki M.H., Hedayat A., Ansarifar G.R. Self-pressurization analysis of the natural circulation integral nuclear reactor using a new dynamic model. *Nuclear engineering and technology*. 2018;(50)5:654–664. <https://doi.org/10.1016/j.net.2018.03.019>
6. Mousakazemi S.M.H., Ayoobian N., Ansarifar G.R. Control of the pressurized water nuclear reactors power using optimized proportional – integral- derivative controller with particle swarm optimization algorithm. *Nuclear engineering and technology*. 2018;(50)6:877–885. <https://doi.org/10.1016/j.net.2018.04.016>
7. Вольман М.А. Моделирование переходных процессов в реакторе ВВЭР-1000 для предварительной подготовки оперативного персонала. *Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики*. 2016;(9-10):112–118. <https://doi.org/10.30724/1998-9903-2016-0-9-10-112-118>
8. Семенов В.К., Вольман М.А. Обоснование математической модели теплообмена для реактора с сосредоточенными параметрами. *Глобальная ядерная безопасность*. 2015;4(17):35–42. URL: [https://viti-mephi.ru/sites/default/files/pages/docs/4\\_2015.pdf](https://viti-mephi.ru/sites/default/files/pages/docs/4_2015.pdf) (дата обращения: 26.05.2023).
9. Ball S.J. Approximate models for distributed parameter heat transfer systems. 1963. 139 p. URL: [https://openlibrary.org/works/OL2662120W/Approximate\\_models\\_for\\_distributed-parameter\\_heat-transfer\\_systems?edition=key%3A/books/OL13953850M](https://openlibrary.org/works/OL2662120W/Approximate_models_for_distributed-parameter_heat-transfer_systems?edition=key%3A/books/OL13953850M) (дата обращения: 26.05.2023).
10. Upadhyaya B.R., Lish M.R., Hines J.W., Tarver R.A. Instrumentation and control strategies for an integral pressurized water reactor. *Nuclear engineering and technology*. 2015;(47)2:148–156. <http://dx.doi.org/10.1016/j.net.2015.01.001>
11. Vajpayee V., Top E., Becerra V.M. Analysis of Transient Interactions between a PWR nuclear power plant and a faulted electricity grid. *Energies* 2021;14(6):1573. <https://doi.org/10.3390/en14061573>



12. Wan J., Wang P., Wu Sh., Zhao F. Controller design and optimization of reactor power control system for ASPWR. *Progress in nuclear energy*. 2017;100:233–244. <https://doi.org/10.1016/j.pnucene.2017.06.006>

13. Singh S.S., Mohapatra D. Solution of the reactor point kinetics equations by matlab computing. *Nuclear Technology and Radiation Protection*. Year 2015;30(1):11–17 <https://doi.org/10.2298/NTRP1501011S>

14. Prokopev A., Nabizhanov Z., Ivanchura V., Emelyanov R. Design of controllers for higher order systems. *International multi-conference on engineering. Computer and information sciences (SIBIRCON)*. Novosibirsk, Russia. 2019. P. 0607–0611. doi: 10.1109/SIBIRCON48586.2019.8958442

#### ВКЛАД АВТОРОВ:

**Правосуд С.С.** – постановка задачи, анализ литературы, работа на тренажере, математическое моделирование, оформление результатов;

**Маслаков Д.С.** – анализ литературы, расчеты, математическое моделирование;

**Якубов Я.О.** – анализ литературы, расчеты, математическое моделирование;

**Овчеренко А.А.** – анализ литературы, расчеты, работа на тренажере, оформление результатов.

#### AUTHORS' CONTRIBUTION:

**Pravosud S.S.** – problem statement, literature review, working on the simulator, mathematical modelling, registration of results;

**Maslakov D.S.** – literature review, calculations, mathematical modelling;

**Yakubov Ya.O.** – literature review, calculations, mathematical modelling;

**Ovcherenko A.A.** – literature review, calculations, working on the simulator, registration of results.

#### БЛАГОДАРНОСТИ:

Авторы выражают благодарность начальнику отдела тренажерного обучения АНО ДПО «Техническая академия Росатома» В.В. Ледяеву за помощь в проведении работ.

#### ACKNOWLEDGMENTS:

The authors express their gratitude to V.V. Ledyayev, Head of the Simulator Training Department of the Technical Academy of Rosatom for assistance in carrying out the work.

#### КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ:

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

#### CONFLICT OF INTEREST:

The authors declare no relevant conflicts of interest.

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

**Сергей Сергеевич Правосуд**, инженер по подготовке персонала 1 категории кафедры «Измерительные системы и метрология» АНО ДПО «Техническая академия Росатома», г. Обнинск, Калужская обл.; преподаватель кафедры «Электроника и автоматика физических установок» СТИ НИЯУ «МИФИ», г. Северск, Томская обл., Российская Федерация.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3225-4748>

e-mail: SSePravosud@rosatom.ru, SSPravosud@mephi.ru

#### INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

**Sergei S. Pravosud**, First category engineer for personnel training of the Department of Measuring Systems and Metrology at Rosatom Technical Academy, Obninsk, Kaluga region, Russian Federation; Instructor of the Department of Electronics and Automatics of Physical Facilities, Seversk Technological Institute the branch of the National Research Nuclear University «MEPhI», Seversk, Tomsk region, Russian Federation.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3225-4748>

e-mail: SSePravosud@rosatom.ru, SSPravosud@mephi.ru

**Даниил Сергеевич Маслаков**, студент 6-го курса кафедры «Электроника и автоматика физических установок», Северский технологический институт – филиал Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ», г. Северск, Томская обл., Российская Федерация.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-9810-1066>

e-mail: danmaslakov@mail.ru

**Daniil S. Maslakov**, 6th year student of the Department of Electronics and Automatics of Physical Facilities, Seversk Technological Institute the branch of National Research Nuclear University «MEPhI», Seversk, Tomsk region, Russian Federation.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-9810-1066>

e-mail: danmaslakov@mail.ru

**Ярослав Олегович Якубов**, студент 5-го курса кафедры «Электроника и автоматика физических установок», Северский технологический институт – филиал Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ», г. Северск, Томская обл., Российская Федерация.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-3461-0476>

e-mail: yarik.tomsk@yandex.ru

**Yaroslav O. Yakubov**, 5th year student of the Department of Electronics and Automatics of Physical Facilities Seversk Technological Institute the branch of National Research Nuclear University «MEPhI», Seversk, Tomsk region, Russian Federation.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-4004-2275>

e-mail: yarik.tomsk@yandex.ru

**Александра Андреевна Овчеренко**, помощник руководителя АНО ДПО «Техническая академия Росатома», г. Обнинск, Калужская обл., Российская Федерация.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-4004-2275>

e-mail: AAOvcherenko@rosatom.ru

**Aleksandra A. Ovcherenko**, Executive assistant at Rosatom Technical Academy, Obninsk, Kaluga region, Russian Federation.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-4004-2275>

e-mail: AAOvcherenko@rosatom.ru

Поступила в редакцию 14.06.2023

После доработки 17.08.2023

Принята к публикации 22.08.2023

Received 14.06.2023

Revision 17.08.2023

Accepted 22.08.2023