

ПРОЕКТИРОВАНИЕ, ИЗГОТОВЛЕНИЕ И ВВОД
В ЭКСПЛУАТАЦИЮ ОБОРУДОВАНИЯ
ОБЪЕКТОВ АТОМНОЙ ОТРАСЛИ
DESIGN, MANUFACTURE AND COMMISSIONING
COMMISSIONING OF EQUIPMENT
NUCLEAR INDUSTRY FACILITIES

УДК 621.317.39
DOI 10.26583/gns-2023-03-04
EDN GKFSGB



Цифровая модель вибропреобразователя на основе эффекта
левитации

А.Н. Шилин , С.В. Макартичян  , И.С. Барашков 
Волгоградский государственный технический университет, г. Волгоград, Россия
 hymir@mail.ru

Аннотация. В настоящее время для безопасного использования АЭС необходимо внедрять системы раннего диагностирования состояния реакторных установок. Поскольку вибрации всегда были угрозой безопасного использования АЭС, решение вопросов повышения точности виброшумовой диагностики реакторных установок АЭС, особенно в области ультранизких частот, является актуальной задачей. Наиболее перспективным направлением решения проблемы гибких направляющих в электромеханических вибропреобразователях является эффект левитации, который позволяет полностью исключить механический контакт и, соответственно, уменьшить порог чувствительности преобразователя. В статье проведен анализ существующих вибропреобразователей и предложена аналоговая и цифровая математическая модели системы магнитной левитации, учитывающие тот факт, что электромагнитная сила, воздействующая на чувствительный элемент вибродатчика, изменяется в зависимости от перемещения этого элемента и тока в катушке по нелинейному закону. Изучены характеристики такой нелинейной системы с использованием метода гармонической линеаризации, позволяющего получить эквивалентную линейную систему. При этом учтены слагаемые третьего порядка разложения электромагнитной силы в ряд Тейлора, что позволило получить более точную аналоговую модель вибропреобразователя. Для разработанной цифровой модели вибропреобразователя при помощи метода z-форм получена системная функция и соответствующее разностное уравнение. Как для аналоговой, так и для цифровой модели вибропреобразователя выведены выражения и построены графики переходной, импульсной и частотных характеристик, которые позволяют сделать вывод о точности и адекватности разработанной цифровой модели. Использование полученных цифровых моделей вибропреобразователя позволит более просто моделировать его работу и обоснованно выбирать исходные параметры вибропреобразователя.

Ключевые слова: вибродигностика, электромагнитный подвес, гармоническая линеаризация, передаточная функция, частотные характеристики, импульсная и переходная характеристики, устойчивость, эффект левитации, разностное уравнение, цифровая модель.

Для цитирования: Шилин А.Н., Макартичян С.В., Барашков И.С. Цифровая модель вибропреобразователя на основе эффекта левитации. *Глобальная ядерная безопасность*. 2023;13(3):37–50. <https://doi.org/10.26583/gns-2023-03-04>

Vibroconverter mathematical model based on the levitation effect

Alexander N. Shilin , Sergey V. Makartichyan  , Ilya S. Barashkov 
FSFEI HE Volgograd State Technical University, Volgograd, Russian Federation
 hymir@mail.ru

Abstract. Modern requirements for the safe operation of nuclear power plants dictate the need to introduce systems for early reactor plants state diagnosis. Vibrations have always been a threat to the safe nuclear power plants operation, therefore, solving the issues of improving the nuclear power plants vibronoise diagnostics accuracy, especially in the field of ultra-low frequencies, is an urgent task. The most promising way to solve the

problem of flexible guides in electromechanical vibration transducers is the levitation effect, which makes it possible to completely eliminate mechanical contact and, accordingly, reduce the sensitivity threshold of the transducer. The article presents an analysis of existing vibration transducers and offers analogue and digital mathematical models of the magnetic levitation system, taking into account the influence of the electromagnetic force nonlinearity. The characteristics of such a nonlinear system are studied using the method of harmonic linearization, which makes it possible to obtain an equivalent linear system. At the same time, the third order terms of the electromagnetic force expansion in the Taylor series are taken into account, which made it possible to obtain a more accurate analogue the vibration transducer model. For the developed vibration transducer digital model, using the z-form method, a system function and the corresponding difference equation were obtained. Expressions and graphs of transient, pulse and frequency characteristics are derived for both analogue and digital vibration converter models, which allow us to conclude about the accuracy and adequacy of the developed digital model. Using obtained vibration transducer digital models will make it easier to model its operation and reasonably select the vibration transducer initial parameters.

Keywords: vibration diagnostics, electromagnetic suspension, harmonic linearization, transfer function, frequency characteristics, impulse and transient characteristics, stability, levitation effect, difference equation, digital model.

For citation: Shilin A.N., Makartichyan S.V., Barashkov I.S. Vibroconverter mathematical model based on the levitation effect. *Global nuclear safety*. 2023;13(3):37–50 (In Russ.) <https://doi.org/10.26583/gns-2023-03-04>

Введение

Современные условия безопасного использования атомных электростанций предполагают внедрение систем ранней диагностики. Виброшумовая диагностика реакторных установок атомных электростанций предназначена для виброконтроля внутрикорпусных устройств, корпуса реактора, тепловыделяющих сборок и элементов главного циркуляционного контура по результатам обработки информации с различных вибродатчиков.

Вибрации всегда были угрозой безопасного использования электростанций. Например, в 1970-1980 годах в США доля аварийных ситуаций на атомных электростанциях, вызванных различного рода вибрациями оборудования, достигала 10%. Именно поэтому компании-производители оборудования для атомных станций по всему миру стали проявлять повышенное внимание к вибродиагностике на различных этапах жизненного цикла производимого оборудования. Стали быстро развиваться информационно-измерительные системы контроля вибраций. Сейчас компьютерные системы вибрационного контроля присутствуют практически на любой атомной электростанции [1].

На практике существует проблема диагностики объектов с ультразвуковой частотой. Вибродатчики ультразвуковой частоты широко используются в различных отраслях промышленности, например, в электроэнергетической, аэрокосмической, устанавливаются в комплексах мониторинга землетрясений и др. В работе «Теоретические и экспериментальные исследования сверхнизкочастотного датчика вибрации на магнитной подвеске» [2] проведен подробный анализ существующих вибродатчиков и даны рекомендации по сфере их применения. Как показали исследования, главной причиной, ограничивающей применение таких датчиков для измерения низкочастотных вибраций, являются силы сухого трения в подвесе вибродатчика. Эти силы действуют на ферромагнитную массу датчика, обуславливая малую чувствительность преобразователя в области ультразвуковых частот. Как показывают исследования [3-7], порог чувствительности существующих на сегодняшний день вибродатчиков ограничен значением порядка 0,5 Гц.

В настоящее время широко развивается теория и практика применения измерительных преобразователей с электромагнитным подвесом. Преимуществами таких преобразователей являются широкий частотный диапазон измерения с

возможностью измерения ультранизкочастотных вибраций, сравнительная простота управления параметрами таких датчиков, хорошие метрологические характеристики. Кроме того, использование вибродатчиков с электромагнитным подвесом позволяет устранить проблему сухого трения в подвижной части датчика и тем самым увеличить чувствительность и точность измерений в области ультранизких частот [2-9].

Прибор для измерения вибраций на базе эффекта левитации

Разработанный авторами прибор для измерения виброперемещений, позволяющий расширить границу измерений в области ультранизких частот до 0,1 Гц, состоит из датчика виброперемещений (рис. 1а) и системы преобразования и обработки информации (рис. 1б) [10]. При помощи микроконтроллера 14, управляющего током в катушке 6, постоянный магнит 4 перемещается в центр катушки. При работе корпус прибора 3, находящегося на объекте контроля, воспринимает его вибрации. Инертная масса (постоянный магнит 4 и шторка 12) совершает колебания относительно катушки. Постоянные кольцевые магниты 5 предназначены для центрирования постоянного магнита 4 при его смещении вдоль вертикальной оси. Колебания инертной массы меняют световой поток светодиода, который преобразуется в цифровой сигнал, пропорциональный вибрациям инертной массы. Через усилитель 13 сигнал с выхода фотоприемника обрабатывается микроконтроллером. Сигнал обратной связи по положению инертной массы относительно катушки поступает в катушку через усилитель тока. Сигнал с выхода микроконтроллера, пропорциональный вибрациям объекта измерений, поступает на устройство отображения информации.

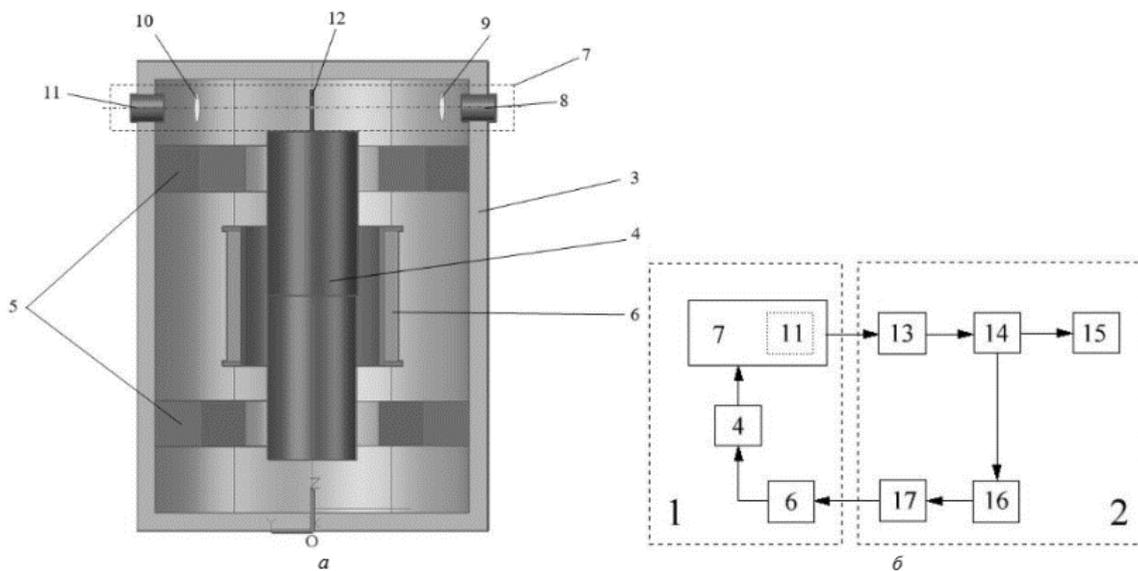


Рисунок 1. Прибор для измерения вибраций на основе эффекта левитации: а – конструкция датчика виброперемещений; б – структурно-функциональная схема прибора: 1 – чувствительный элемент; 2 – схема обработки информации; 3 – корпус; 4 – постоянный магнит; 5 – кольцевые постоянные магниты; 6 – катушка; 7 – датчик перемещений; 8 – светодиод; 9 – конденсор; 10 – объектив; 11 – фотоприемник; 12 – шторка; 13 – усилитель сигнала; 14 – микроконтроллер; 15 – устройство отображения информации; 16 – ЦАП; 17 – усилитель тока

Figure 1. Device for vibration measurement based on the levitation effect: a – vibration displacement sensor structure; b – structural and functional scheme of the device: 1 – sensitive element; 2 – information processing circuit; 3 – housing; 4 – permanent magnet; 5 – ring permanent magnets; 6 – coil; 7 – displacement sensor; 8 – LED; 9 – condenser; 10 – lens; 11 – photodetector; 12 – curtain; 13 – signal amplifier; 14 – microcontroller; 15 – information display device; 16 – DAC; 17 – current amplifier

Построение математической модели вибропреобразователя с использованием электромагнитного подвеса

Дифференциальное уравнение предложенной системы магнитной левитации имеет следующий вид (1):

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = mg - F(x, i) - m \frac{d^2y}{dt^2}, \quad (1)$$

где m – масса постоянного магнита;

$F(x, i)$ – электромагнитная сила, приложенная к инертной массе;

x – воздушный зазор между постоянным магнитом и катушкой;

y – смещение, вызванное внешней вибрацией.

Выражение электромагнитной силы, приложенной к инертной массе имеет следующий вид (2):

$$F(x, i) = \frac{\mu_0 SN^2}{4} \left(\frac{i}{x} \right)^2, \quad (2)$$

где i – ток в катушке;

S – площадь поперечного сечения воздушного зазора;

N – число витков катушки,

магнитная постоянная $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

Обозначим $k_f = \mu_0 SN^2 / 4$, тогда выражение электромагнитной силы примет следующий вид (3):

$$F(x, i) = k_f \left(\frac{i}{x} \right)^2. \quad (3)$$

Связь нелинейного характера между электромагнитной силой, воздушным зазором и током в катушке приводит к нестабильности системы магнитной левитации [11]. Для изучения характеристик системы такой нелинейной системы можно воспользоваться методом гармонической линеаризации [12], позволяющим получить эквивалентную линейную систему.

Пусть электромагнитная сила в точке равновесия равна $F(x_0, i_0)$. Поскольку изменения величин тока и смещения невелики, разложим зависимость $F(x, i)$ в ряд Тейлора (4), пренебрегая слагаемыми четвертого порядка и выше:

$$F(x, i) = F(x_0, i_0) + \frac{\partial F}{\partial i} \Big|_{(x_0, i_0)} \Delta i + \frac{\partial F}{\partial x} \Big|_{(x_0, i_0)} \Delta x + \\ + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial i^2} \Big|_{(x_0, i_0)} \Delta i^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \Big|_{(x_0, i_0)} \Delta x^2 + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 F}{\partial x^3} \Big|_{(x_0, i_0)} \Delta x^3. \quad (4)$$

Здесь соответствующие частные производные имеют следующий вид (5):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial i} \Big|_{(x_0, i_0)} &= \frac{2k_f i_0}{x_0^2} = k_i, & \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial i^2} \Big|_{(x_0, i_0)} &= \frac{k_f}{x_0^2} = k_{i2}, \\ \frac{\partial F}{\partial x} \Big|_{(x_0, i_0)} &= -\frac{2k_f i_0^2}{x_0^3} = -k_{x1}, & \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \Big|_{(x_0, i_0)} &= \frac{3k_f i_0^2}{x_0^4} = k_{x2}, \\ \frac{1}{6} \frac{\partial^3 F}{\partial x^3} \Big|_{(x_0, i_0)} &= -\frac{4k_f i_0^2}{x_0^5} = -k_{x3}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Кроме того, положим, что изменения тока и смещения имеют синусоидальный характер. Тогда, воспользовавшись методом гармонической линеаризации, будем иметь выражение (6):

$$F(x, i) = \left[q_i(A_i) + \frac{q'_i(A_i)}{\omega} p \right] \Delta i + \left[q_x(A_x) + \frac{q'_x(A_x)}{\omega} p \right] \Delta x, \quad \left(p = \frac{d}{dt} \right), \quad (6)$$

где с учетом выражения (5):

$$\left. \begin{aligned} q_i &= \frac{1}{\pi A_i} \int_0^{2\pi} F(A_i \sin \psi_i, y) \sin \psi_i d\psi_i = k_i, \\ q'_i &= \frac{1}{\pi A_i} \int_0^{2\pi} F(A_i \sin \psi_i, y) \cos \psi_i d\psi_i = 0, \\ q_x &= \frac{1}{\pi A_x} \int_0^{2\pi} F(i, A_x \sin \psi_x) \sin \psi_x d\psi_x = -\left(k_{x1} + \frac{3}{4} k_{x3} A_x^2 \right) = -k_x, \\ q'_x &= \frac{1}{\pi A_x} \int_0^{2\pi} F(i, A_x \sin \psi_x) \cos \psi_x d\psi_x = 0. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Тогда, принимая во внимание обозначения в выражениях (7), формула электромагнитной силы (6) преобразуется к виду (8):

$$F(x, i) = k_i \Delta i - k_x \Delta x. \quad (8)$$

Электромагнитная сила и сила тяжести равны в точке равновесия. Подстановка (8) в (1) позволяет получить дифференциальное уравнение (9) системы магнитной левитации в точке (x_0, i_0) :

$$m \frac{d^2 \Delta x}{dt^2} = -k_i \Delta i + k_x \Delta x - m \frac{d^2 \Delta y}{dt^2}. \quad (9)$$

Передаточная функция по смещению y и току в катушке i получается из (9) и имеет вид (10):

$$W_i(s) = \frac{\Delta Y(s)}{\Delta I(s)} = \frac{-k_i}{ms^2 - k_x}. \quad (10)$$

У передаточной функции (10) имеется полюс в правой части комплексной плоскости, что по критерию Рауса говорит о неустойчивости системы магнитной левитации. Вводя в систему ПД-регулирование с обратной связью, возможно получить устойчивую систему (рис. 2).

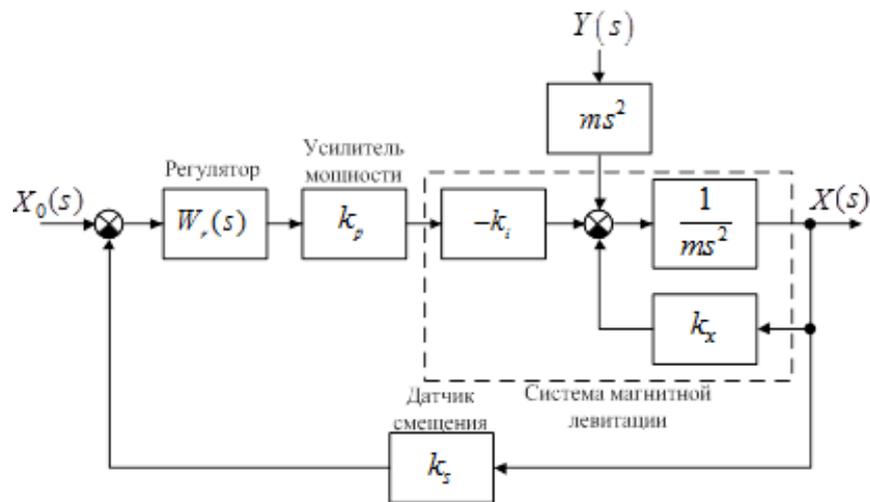


Рисунок 2. Структурно-функциональная схема системы магнитной левитации с обратной связью по смещению «y»

Figure 2. Structural and functional diagram of the magnetic levitation system with "y" displacement feedback

Введение пропорционально-дифференцирующего регулятора с передаточной функцией $W_r(s) = k_r + T_r s$ позволяет переместить полюс передаточной функции в левую полуплоскость комплексной плоскости и сделать систему устойчивой.

Выражение передаточной функции системы магнитной левитации с обратной связью по смещению имеет вид (11):

$$W_y(s) = \frac{\Delta X(s)}{\Delta Y(s)} = \frac{ms^2}{ms^2 - k_x + k_i k_a k_s W_r(s)}. \quad (11)$$

Подставим $s=j\omega$ в уравнение (11) и получаем (12):

$$W_y(j\omega) = \frac{-m\omega^2}{(k_i k_a k_s k_r - k_x - m\omega^2) + j\omega(k_i k_a k_s T_r)}. \quad (12)$$

Из уравнения (12) можно получить выражения для коэффициента жесткости k_e и коэффициент демпфирования c_e (13):

$$k_e = k_i k_a k_s k_r - k_x, \quad c_e = k_i k_a k_s T_r. \quad (13)$$

Собственная угловая частота датчика равна (14):

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_e}{m}}, \quad (14)$$

а коэффициент затухания составляет (15):

$$D = \frac{c_e}{2\sqrt{mk_e}}. \quad (15)$$

Как видно из (13), k_e и c_e определяются исходными параметрами вибродатчика, а также системы регулирования. Поэтому если параметры вибродатчика не изменяются, то можно получить необходимые характеристики системы путем изменения параметров системы регулирования.

Выражение передаточной функции системы (11) с учетом выражений (13)-(15) принимает вид (16):

$$W_x(s) = \frac{s^2}{s^2 + 2\omega_0 Ds + \omega_0^2}. \quad (16)$$

Для разработки цифровой модели вибропреобразователя и обоснованного выбора ее параметров необходимо по передаточной функции аналоговой модели (16) получить системную функцию цифровой модели. Для этого воспользуемся тремя следующими z-формами (17), (18) и (19):

$$s \approx \frac{1-z^{-1}}{\Delta \cdot z^{-1}} \quad (\text{метод прямой разности}); \quad (17)$$

$$s \approx \frac{1-z^{-1}}{\Delta} \quad (\text{метод обратной разности}); \quad (18)$$

$$s \approx \frac{1-z^{-1}}{\Delta \cdot z^{-1}} \quad (\text{метод Тустена или билинейное z-преобразование}). \quad (19)$$

Использование z-форм (17), (18), (19), позволяет перейти в выражении (16) от преобразования Лапласа к z-преобразованию (20):

$$W_x(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}{1 - b_1 z^{-1} - b_2 z^{-2}}. \quad (20)$$

Здесь для прямой разности (17) актуально (21):

$$a_0 = 1, \quad a_1 = -2, \quad a_2 = 1, \quad b_1 = 2 - 2\omega_0 D\Delta, \quad b_2 = -(1 - 2\omega_0 D\Delta + \omega_0^2 \Delta^2); \quad (21)$$

для обратной разности (18) актуально (22):

$$a_0 = \frac{1}{1 + 2\omega_0 D\Delta + \omega_0^2 \Delta^2}, \quad a_1 = -\frac{2}{1 + 2\omega_0 D\Delta + \omega_0^2 \Delta^2}, \quad a_2 = \frac{1}{1 + 2\omega_0 D\Delta + \omega_0^2 \Delta^2},$$

$$b_1 = \frac{2 + 2\omega_0 D\Delta}{1 + 2\omega_0 D\Delta + \omega_0^2 \Delta^2}, \quad b_2 = -\frac{1}{1 + 2\omega_0 D\Delta + \omega_0^2 \Delta^2}; \quad (22)$$

для билинейного z-преобразования (19) актуально (23):

$$a_0 = \frac{4}{4 + 4\omega_0 D\Delta + \omega_0^2 \Delta^2}, \quad a_1 = -\frac{8}{4 + 4\omega_0 D\Delta + \omega_0^2 \Delta^2}, \quad a_2 = \frac{4}{4 + 4\omega_0 D\Delta + \omega_0^2 \Delta^2},$$

$$b_1 = \frac{8 - 2\omega_0^2 \Delta^2}{4 + 4\omega_0 D\Delta + \omega_0^2 \Delta^2}, \quad b_2 = -\frac{4 - 4\omega_0 D\Delta + \omega_0^2 \Delta^2}{4 + 4\omega_0 D\Delta + \omega_0^2 \Delta^2}. \quad (23)$$

Системной функции (20) соответствует разностное уравнение (24) и структурная схема цифровой модели, представленная на рис. 3:

$$y_k = a_0 x_k + a_1 x_{k-1} + a_2 x_{k-2} + b_1 y_{k-1} + b_2 y_{k-2}. \quad (24)$$

Как видно из полученных результатов, трем цифровым моделям соответствует одна и та же по структуре системная функция (20) и разностное уравнение (24), отличие заключается лишь в значении коэффициентов (21), (22), (23).

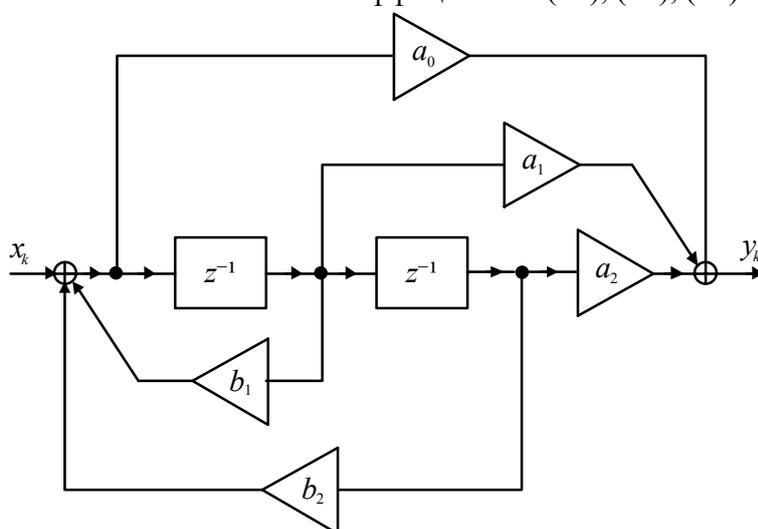


Рисунок 3. Каноническая структурная схема рекурсивной цифровой модели системы
Figure 3. Canonical structural diagram of the recursive digital model of the system

Для исследования устойчивости полученных цифровых моделей заметим, что преобразование вида (25):

$$z = \frac{w+1}{w-1} \quad (25)$$

взаимно-однозначно отображает левую полуплоскость комплексной переменной w на единичный круг в комплексной плоскости z с центром в точке $z=0$.

Возьмем характеристическое уравнение, полученное из (20),

$$z^2 - b_1 z - b_2 = 0$$

и, подставив в него переменную z , выраженную через переменную w согласно формуле (25), получим:

$$(1 - b_1 - b_2)w^2 + 2(1 + b_2)w + (1 + b_1 - b_2) = 0.$$

С учетом выражений (21), (22), (23) это уравнение можно записать в виде:

для прямой разности:

$$\omega_0^2 \Delta^2 w^2 + 2(2\omega_0 D \Delta - \omega_0^2 \Delta^2) w + (4 - 4\omega_0 D \Delta + \omega_0^2 \Delta^2) = 0;$$

для обратной разности:

$$\omega_0^2 \Delta^2 w^2 + 2(2\omega_0 D \Delta + \omega_0^2 \Delta^2) w + (4 + 4\omega_0 D \Delta + \omega_0^2 \Delta^2) = 0;$$

для билинейного z -преобразования:

$$\omega_0^2 \Delta^2 w^2 + 4\omega_0 D \Delta \cdot w + 4 = 0.$$

Согласно критерию Рауса-Гурвица цифровая модель устойчива, если выполняются неравенства:

для прямой разности (26):

$$\begin{cases} \omega_0^2 \Delta^2 > 0, \\ 2\omega_0 D \Delta - \omega_0^2 \Delta^2 > 0, \\ 4 - 4\omega_0 D \Delta + \omega_0^2 \Delta^2 > 0. \end{cases} \quad (26)$$

для обратной разности (27):

$$\begin{cases} \omega_0^2 \Delta^2 > 0, \\ 2\omega_0 D \Delta + \omega_0^2 \Delta^2 > 0, \\ 4 + 4\omega_0 D \Delta + \omega_0^2 \Delta^2 > 0. \end{cases} \quad (27)$$

для билинейного z -преобразования (28):

$$\begin{cases} \omega_0^2 \Delta^2 > 0, \\ \omega_0 D \Delta > 0. \end{cases} \quad (28)$$

Так как $\Delta > 0$ и $\omega_0 > 0$ то для прямой разности неравенства (26) могут быть переписаны в виде (29)

$$\begin{cases} D < 1, \\ \Delta < \frac{2D}{\omega_0}. \end{cases} \quad (29)$$

Для обратной разности и билинейного z -преобразования неравенства (27) и (28) выполняются при любых значениях ω_0 и D .

Таким образом, при выборе z -формы (17) полученная цифровая модель является устойчивой при выполнении неравенств (29), накладывающих ограничения на выбор коэффициента затухания D и периода дискретизации Δ . При выборе же z -форм (18) или (19) цифровая модель является устойчивой при любых значениях ω_0 и D .

Анализ характеристик предложенного вибродатчика и его цифровых моделей выполнялся для приведенных далее параметров вибропреобразователя и системы регулирования: $m = 0,014$ кг; $N = 280$; $S = 3$ см²; $i_0 = 500$ мА; $x_0 = 6$ мм; $k_a = 6,27$ А/м; $k_s = 2,11$; $A_x = 0,05$ мм; $k_r = 6,3$; $T_r = 1,89 \cdot 10^{-3}$ с; $\omega_0 = 0,273$ рад/с; $D = 0,671$; $\Delta = 0,01$ с.

По передаточной функции (16) аналоговой модели вибропреобразователя были получены выражения переходной $h(t)$, импульсной $g(t)$ и амплитудно-частотной $W_x(\omega)$ характеристик (30):

$$\left. \begin{aligned}
 h(t) &= e^{-\omega_0 t D} \cdot \left(\cos(\omega_0 t \sqrt{1-D^2}) - \frac{D}{\sqrt{1-D^2}} \cdot \sin(\omega_0 t \sqrt{1-D^2}) \right); \\
 g(t) &= \delta(t) - e^{-\omega_0 t D} \cdot \left(2\omega_0 D \cdot \cos(\omega_0 t \sqrt{1-D^2}) + \frac{\omega_0 (1-2D^2)}{\sqrt{1-D^2}} \cdot \sin(\omega_0 t \sqrt{1-D^2}) \right); \\
 W_x(\omega) &= \frac{(\omega / \omega_0)^2}{\sqrt{[1 - (\omega / \omega_0)^2]^2 + 4D^2 (\omega / \omega_0)^2}},
 \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

где $\delta(t)$ – дельта-функция Дирака.

По системной функции цифровой модели вибропреобразователя (20) и соответствующему ей разностному уравнению (24) были получены выражения переходной, импульсной и амплитудно-частотной характеристик (31):

$$\left. \begin{aligned}
 h_k &= a_0 x_k + a_1 x_{k-1} + a_2 x_{k-2} + b_1 h_{k-1} + b_2 h_{k-2}, \\
 \text{где } t_k &= k\Delta; x_k = \begin{cases} 1, & k \geq 0; \\ 0, & k < 0; \end{cases} \\
 g_k &= a_0 x_k + a_1 x_{k-1} + a_2 x_{k-2} + b_1 g_{k-1} + b_2 g_{k-2}, \\
 \text{где } t_k &= k\Delta; x_k = \begin{cases} 1/\Delta, & k = 0; \\ 0, & k \neq 0; \end{cases} \\
 W_x(\omega) &= \left| \frac{a_0 + a_1 e^{-j\omega\Delta} + a_2 e^{-2j\omega\Delta}}{1 - b_1 e^{-j\omega\Delta} - b_2 e^{-2j\omega\Delta}} \right|.
 \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

На рисунках 4, 5 и 6 построены графики переходных, импульсных и амплитудно-частотных характеристик вибропреобразователя по выражениям (30) и (31). На рисунках 7, 8 и 9 приведены графики соответствующих абсолютных погрешностей моделирования. Из графиков на рисунке 6 видно, что применение системы магнитной левитации в устройствах измерения и контроля вибраций позволяет уменьшить порог чувствительности прибора и расширить границу в области ультранизких частот до 0,1 Гц.

Из сравнительного анализа построенных характеристик следует, что все три разработанные цифровые модели вибропреобразователя являются достаточно точными, погрешность моделирования не превышает 0,1%. Однако наибольшей точностью, как видно из рис. 7, 8 и 9, обладает цифровая модель, построенная с использованием билинейного z-преобразования (на рисунках 8 и 9 график практически сливается с горизонтальной осью). Кроме того, эта модель является устойчивой при любом выборе собственной частоты ω_0 и коэффициента затухания D . Однако следует отметить, что выбор собственной частоты ω_0 определяет низкочастотную границу диапазона измерения.

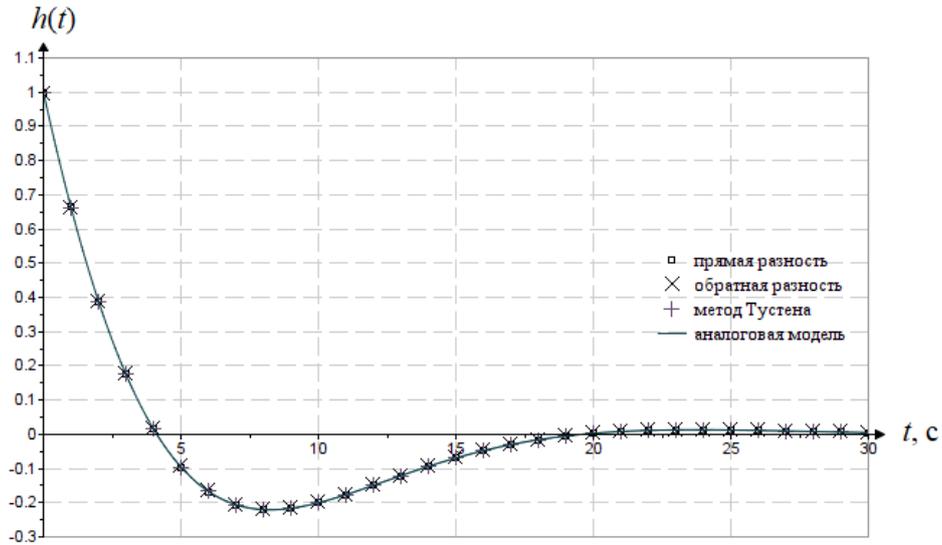


Рисунок 4. Переходные характеристики вибропреобразователя
Figure 4. Transient characteristics of the vibration transducer

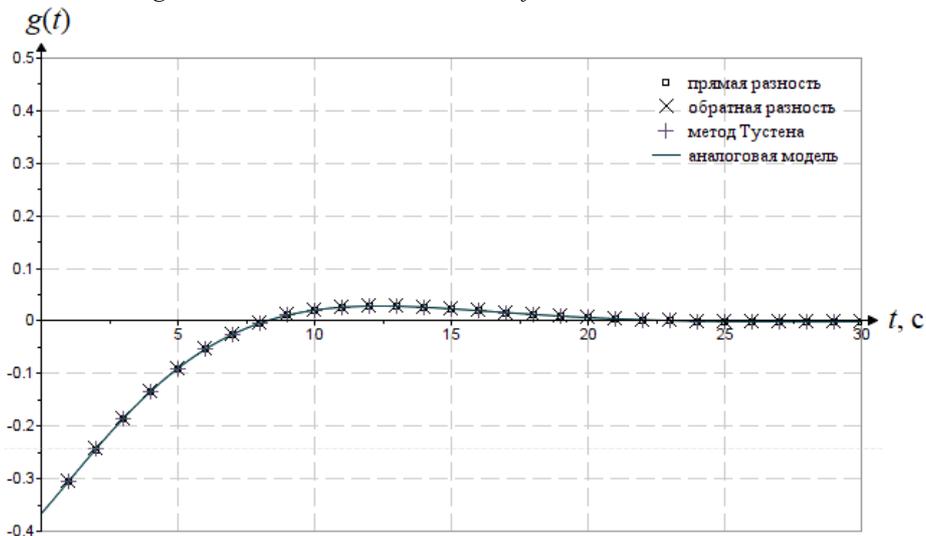


Рисунок 5. Импульсные характеристики вибропреобразователя
Figure 5. Pulse characteristics of the vibration transduce

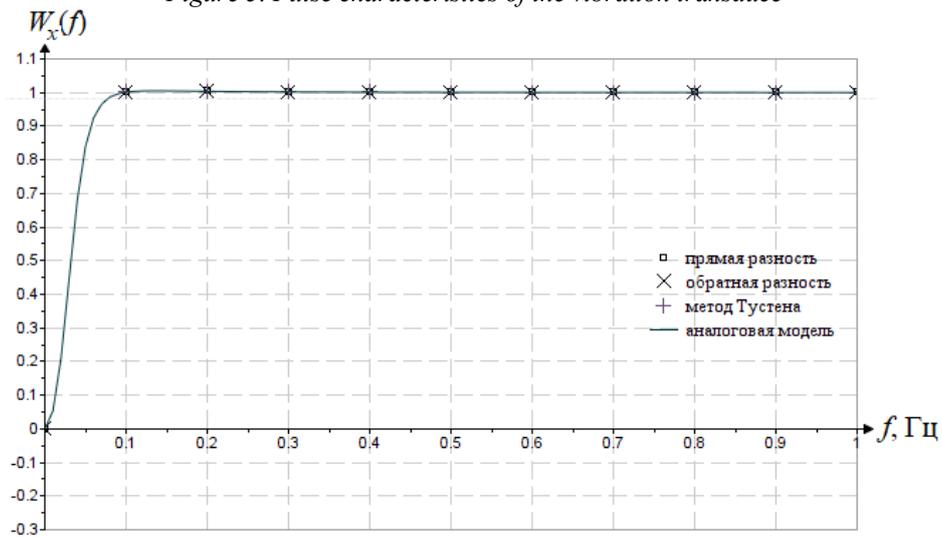


Рисунок 6. Амплитудно-частотные характеристики вибропреобразователя
Figure 6. Amplitude-frequency characteristics of the vibration transducer

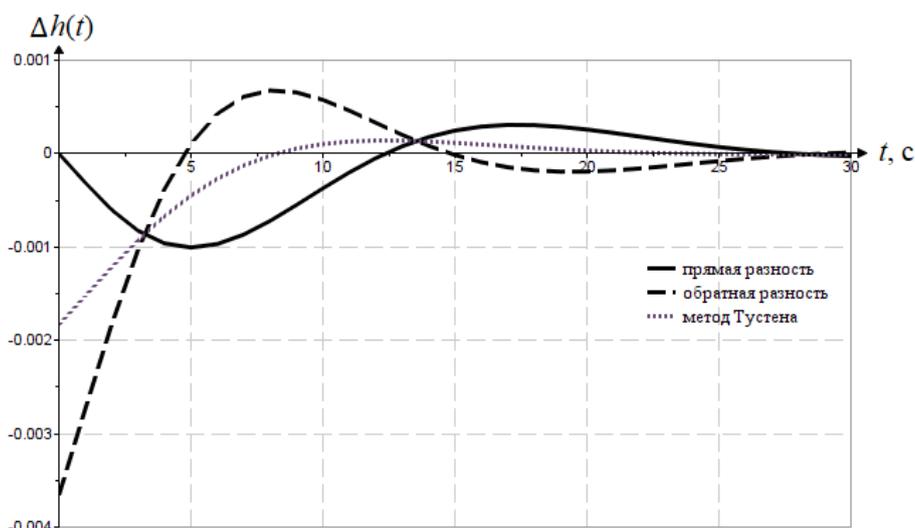


Рисунок 7. Абсолютная погрешность моделирования переходных характеристик вибропреобразователя
Figure 7. Absolute error of modeling of transient characteristics of vibration transducer

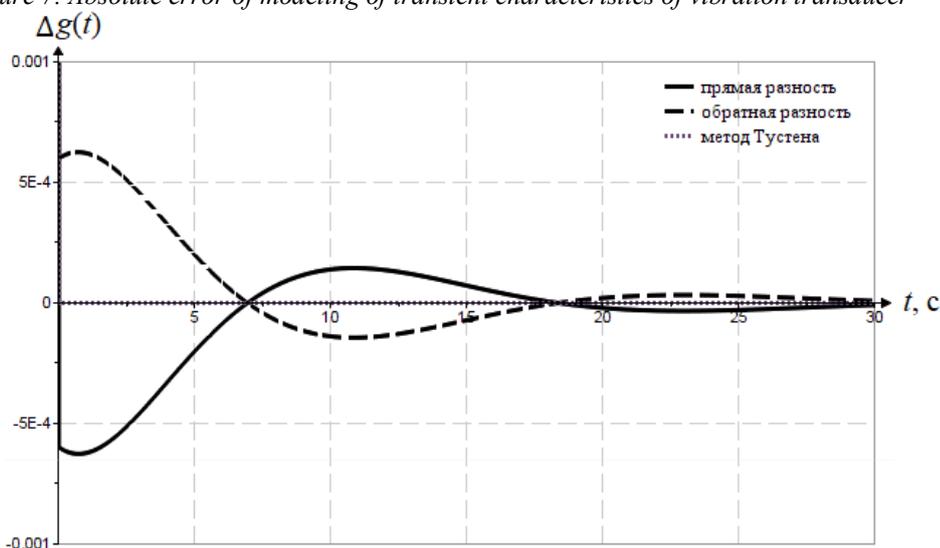


Рисунок 8. Абсолютная погрешность моделирования импульсных характеристик вибропреобразователя
Figure 8. Absolute error of modeling of impulse characteristics of vibration transducer

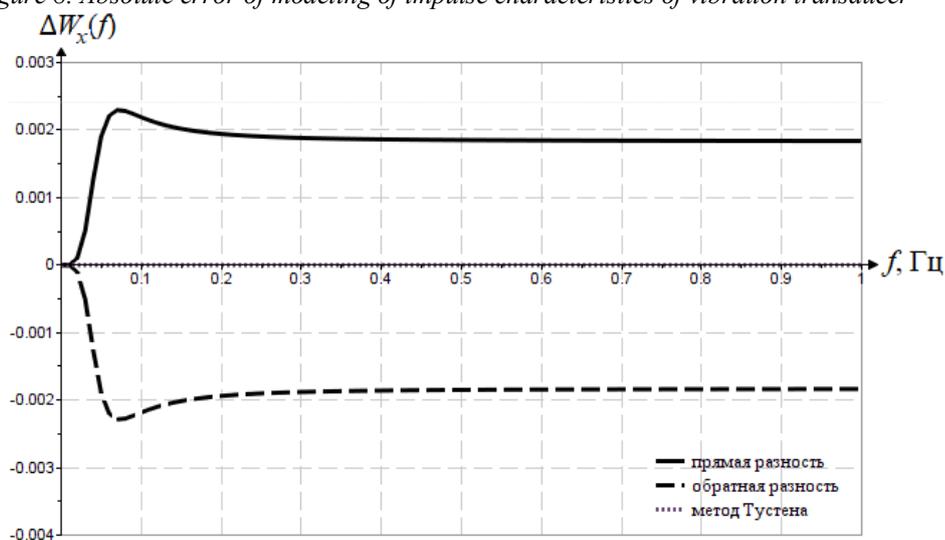


Рисунок 9. Абсолютная погрешность моделирования амплитудно-частотные характеристик вибропреобразователя
Figure 9. Absolute error of modeling of amplitude-frequency characteristics of the vibration transducer

Заключение

Применение системы магнитной левитации в устройствах измерения и контроля вибраций позволяет исключить сухое трение в подвижных частях преобразователя, уменьшить порог чувствительности прибора и расширить границу в области ультранизких частот до 0,1 Гц.

Повышенная точность представленных математических моделей обусловлена учетом нелинейного характера электромагнитной силы. Полученные в статье цифровые модели вибропреобразователя являются рекурсивными цифровыми фильтрами второго порядка, для которых получены системные функции и соответствующие разностные уравнения. Как для аналоговой, так и для цифровых моделей вибропреобразователя выведены выражения и построены графики переходных, импульсных и частотных характеристик. Проведен сравнительный анализ погрешностей моделирования, который позволяет сделать вывод о точности и адекватности разработанной цифровой модели, погрешность моделирования не превышает 0,1%. Как показал проведенный анализ, наибольшей точностью обладает цифровая модель, построенная с использованием билинейного z-преобразования. Кроме того установлено, что эта модель является устойчивой при любом выборе исходных параметров системы.

Использование полученных цифровых моделей вибропреобразователя позволит более просто моделировать его работу при различного рода входных воздействиях и обоснованно выбирать исходные параметры вибропреобразователя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. Аркадов Г.В., Павелко В.И., Усанов А.И. Виброшумовая диагностика ВВЭР ; под ред. А.А. Абагяна. Москва: Энергоатомиздат, 2004. 344 с.
2. Zheng D., Liu Y., Guo Z., Zhao X., Fan S. Theory and experiment research for ultra-low frequency maglev vibration sensor. *The Review of scientific instruments*. 2015;(86)10:105001. <https://doi.org/10.1063/1.4931692>
3. Seo H., Lim J., Choe G.-H., Choi J.-Y., Jeong J.-H. Algorithm of linear induction motor control for low normal force of magnetic levitation train propulsion system. *IEEE Transactions on magnetics*. 2018;54(11):1–4. Art no. 8207104. <https://doi.org/10.1109/TMAG.2018.2842222>.
4. Yoo S.J., Kim S., Cho K.H. et al. Data-driven self-sensing technique for active magnetic bearing. *International Journal of precision engineering and manufacturing*. 2021;22:1031–1038. <https://doi.org/10.1007/s12541-021-00525-x>
5. Lei Y.J., Li R.J., Chen R.X., Zhang L.S., Hu P.H., Huang Q.X. A high-precision two-dimensional micro-accelerometer for low-frequency and micro-vibrations. *Precision Engineering*. 2021(67):419-427. <https://doi.org/10.1016/j.precisioneng.2020.10.011>
6. Li R.J., Lei Y.J., Chang Z.X., Zhang L.S., Fan K.C. Development of a high-sensitivity optical accelerometer for low-frequency vibration measurement. *Sensors*. 2018;18(9):2910. <https://doi.org/10.3390/s18092910>
7. Tummalapalli M., Kommula S.R., Sagiraju P., Vantakula V., Murty A.S. A review of principles and illustration of the physical working model of magnetic levitation. *International Journal of theoretical and applied mechanics*. 2017;(12)4:741–758. URL: <https://dokumen.tips/documents/a-review-of-principles-and-illustration-of-the-physical-maglev-derived-from.html?page=1> (дата обращения: 12.05.2023).
8. Шилин А.Н., Седов М.Н. Моделирование вибропреобразователя с электромагнитным подвесом. *Приборы*. 2008;12:41–45. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=11712067> (дата обращения: 12.05.2023).
9. Шилин А.Н., Седов М.Н. Определение погрешности вибропреобразователя с электромагнитным подвесом. *Контроль. Диагностика*. 2010;5:60–64. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=14998501> (дата обращения: 12.05.2023).
10. Шилин А.Н., Макартичян С.В., Мустафа М.Н. Математическая модель электромеханических вибропреобразователей на основе эффекта левитации. *Контроль. Диагностика*. 2023;1:22–29. URL: <http://www.td-j.ru/index.php/component/content/article/298-2023-01--january/2995-022-029> (дата обращения: 12.05.2023).
11. Yu Y., Sun X., Zhang W. Modeling and decoupling control for rotor system in magnetic levitation wind turbine, *IEEE Access*. 2017;5:15516–15528. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2017.2732450>
12. Попов Е.П. Теория нелинейных систем автоматического регулирования и управления. Москва: Наука, 1988. 256 с.

ВКЛАД АВТОРОВ:

Шилин А.Н. – научное руководство проектом, общее руководство и планирование исследований;

Макартичан С.В. – разработка методической части исследований, обработка и анализ результатов исследований, подготовка текста научной статьи к опубликованию;

Барашков И.С. – обработка и анализ результатов исследований, подготовка и согласование заключения.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ:

Конфликт интересов отсутствует.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ:

Александр Николаевич Шилин, д.т.н., профессор кафедры «Электротехника» Волгоградского государственного технического университета, г. Волгоград, Российская Федерация.

ORCID: <http://orcid.org/0009-0002-6416-4357>

e-mail: eltech@vstu.ru

Сергей Валерьевич Макартичан, к.т.н., доцент кафедры «Электротехника» Волгоградского государственного технического университета, г. Волгоград, Российская Федерация.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-5840-9932>

e-mail: hymir@mail.ru

Илья Сергеевич Барашков, студент ИИТ-473, Волгоградского государственного технического университета, г. Волгоград, Российская Федерация.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-0943-9689>

e-mail: ilyasharab9845@gmail.com

Поступила в редакцию 21.06.2023

После доработки 21.08.2023

Принята к публикации 29.08.2023

AUTHORS' CONTRIBUTION:

Shilin A.N. – scientific research supervision, overall project management and research planning;

Makartichyan S.V. – development of the methodological part of research, processing and analysis of research results, preparation of the text of a scientific article for publication;

Barashkov I.S. – processing and analysis of research results, preparation and coordinating the conclusion.

CONFLICT OF INTEREST:

No conflict of interest.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS:

Alexander N. Shilin, Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Electrical Engineering, Volgograd State Technical University, Volgograd, Russian Federation.

ORCID: <http://orcid.org/0009-0002-6416-4357>

e-mail: eltech@vstu.ru

Sergey V. Makartichyan, Cand. Sci. (Engineering), Associate Professor, Department of Electrical Engineering, Volgograd State Technical University, Volgograd, Russian Federation.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-5840-9932>

e-mail: hymir@mail.ru

Ilya S. Barashkov, student ИИТ-473, Volgograd State Technical University, Volgograd, Russian Federation.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-0943-9689>

e-mail: ilyasharab9845@gmail.com

Received 21.06.2023

Revision 21.08.2023

Accepted 29.08.2023