

ПРОЕКТИРОВАНИЕ, ИЗГОТОВЛЕНИЕ И ВВОД
В ЭКСПЛУАТАЦИЮ ОБОРУДОВАНИЯ
ОБЪЕКТОВ АТОМНОЙ ОТРАСЛИ
DESIGN, MANUFACTURE AND COMMISSIONING
COMMISSIONING OF EQUIPMENT
NUCLEAR INDUSTRY FACILITIES

УДК 519.87 : 539.374

<https://doi.org/10.26583/gns-2024-02-05>

EDN ROFQTO

Оригинальная статья / Original paper



Исследование математических моделей упругопластических материалов

А.И. Балябин¹ , С.И. Герасимов^{1,2,3} , Д.А. Ладин^{1,2} , С.А. Маскайкин¹,
Д.Ю. Смирнов^{1,2} , Т.С. Шаброва¹

¹Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики, г. Саров, Нижегородская обл., Российская Федерация

²Саровский физико-технический институт – филиал Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ», г. Саров, Нижегородская обл., Российская Федерация

³Институт проблем машиностроения РАН, г. Нижний Новгород, Российская Федерация

s.i.gerasimov@mail.ru

Аннотация. Цель настоящей статьи состоит в исследовании вопросов представления математических упругопластических моделей материала с учетом имеющихся реологических свойств и их связи с конечно-элементной моделью в современных программных комплексах численного моделирования. В статье приведены результаты численного моделирования процессов деформирования материалов, диаграммы деформирования материалов, аналитические методы аппроксимации диаграмм деформирования. Представлен один из аналитических методов по восстановлению диаграммы Прандтля – метод, использующий коэффициент Рамберга-Осгуда, включающий в себя величины справочных параметров о материале, такие как модули упругости, предел прочности, предел текучести, критерии разрушения, относительное удлинение и относительное утонение. Приведены описание и результаты численного моделирования разрушения материалов, моделирования пластической неустойчивости, предшествующей разрушению, результаты исследования по установлению сеточной сходимости. Приведена процедура верификации численной модели материала, представляющей собой калибровочные тесты параметров модели одноосного разрыва образцов.

Ключевые слова: пластическая деформация, сдвиговая деформация, одноосное растяжение, аппроксимация Рамберга-Осгуда, численное моделирование, нагружение, пластичность, регуляризационная кривая, сеточная сходимость, предел прочности.

Для цитирования: Балябин А.И., Герасимов С.И., Ладин Д.А., Маскайкин С.А., Смирнов Д.Ю., Шаброва Т.С. Исследование математических моделей упругопластических материалов. *Глобальная ядерная безопасность*. 2024;14(4):42–54. <https://doi.org/10.26583/gns-2024-04-05>

For citation: Balyabin A.I., Gerasimov S.I., Ladin D.A., Maskaikin S.A., Smirnov D.Y., Shabrova T.S. Study of mathematical models of elastoplastic materials. *Global nuclear safety*. 2024;14(4):42–54. (In Russ.). <https://doi.org/10.26583/gns-2024-04-05>

Study of mathematical models of elastoplastic materials

Andrey I. Balyabin¹ , Sergey I. Gerasimov^{1,2,3} , Dmitry A. Ladin^{1,2} ,
Sergey A. Maskaikin¹, Dmitry Y. Smirnov^{1,2} , Tatyana S. Shabrova¹

¹Russian Federal Nuclear Center – All-Russian Scientific Research Institute of Experimental Physics, Sarov, Nizhny Novgorod region, Russian Federation

²Sarov Institute of Physics and Technology the branch of the National Research Nuclear University «MEPhI», Sarov, Nizhny Novgorod region, Russian Federation

³Institute of Problems of Mechanical Engineering of the Russian Academy of Sciences, Nizhny Novgorod, Russian Federation

s.i.gerasimov@mail.ru

Abstract. The objective of this article is to study the issues of mathematical elastic-plastic models of a material taking into account the available rheological properties and their connection with the finite element model in modern software complexes of numerical modeling. The article presents the results of numerical modeling of deformation processes of materials, deformation diagrams of materials, analytical methods for approximating deformation diagrams. One of the analytical methods of the restoration of the Prandtl diagram is presented, a method using the Ramberg-Osgood coefficient, which includes the values of reference parameters about the material, such as elastic modulus, tensile strength, yield strength, fracture criteria, elongation and relative thinning. The description and results of numerical modeling of the material destruction, modeling of plastic instability preceding the destruction, and the results of a study to establish grid convergence are presented. The procedure of verifying the numerical model of the material, which is a calibration tests of sample uniaxial rupture model parameters, is given.

Keywords: plastic deformation, shear deformation, uniaxial tension, Ramberg-Osgood approximation, numerical modeling, loading, plasticity, regularization curve, grid convergence, tensile strength.

Введение

Современные методы численного моделирования, реализованные в программных комплексах, являются основным инструментом инженерного анализа при проектировании и оценке надежности конструкций. Эти методы позволяют исследовать поведение материалов и элементов конструкций под воздействием внешних факторов, таких как нагрузки, температурные градиенты и другие эксплуатационные условия. Применение численных моделей стало неотъемлемой частью не только создания новых изделий, но и модернизации уже существующих конструкций, что особенно важно в высокотехнологичных и ответственных отраслях, включая атомную энергетику.

В ядерной промышленности, где безопасность конструкций является ключевым критерием, численное моделирование используется для оценки несущей способности элементов, работающих в условиях повышенных температур, радиационного облучения и динамических нагрузок. Для достоверности расчетов необходимо учитывать многочисленные критерии прочности, которые соответствуют строгим стандартам атомной отрасли. Это особенно актуально для таких процессов, как пластическое деформирование и разрушение, которые определяют долговечность и надежность конструкций.

Результаты численного моделирования во многом зависят от корректности выбора математических моделей материалов, описывающих их механическое поведение, и точности определения их параметров. Для моделирования процессов пластического

деформирования важно учитывать влияние интенсивности внешних воздействий, таких как амплитуда и скорость нагрузки. Это связано с необходимостью описания реологических свойств материалов, включая упругость, пластичность и вязкость, которые определяют поведение конструкции в реальных эксплуатационных условиях.

Значимость данной работы для атомной отрасли трудно переоценить, поскольку обеспечение безопасности конструкций ядерных объектов требует учета множества факторов: от многоцикловых динамических воздействий до радиационного старения материалов. Разработка и внедрение точных упругопластических моделей, учитывающих реальные условия эксплуатации, позволяют повысить точность прогнозирования ресурса конструкций, минимизировать риски аварийных ситуаций и снизить экономические затраты на эксплуатацию и ремонт.

Целью настоящей работы является исследование математических моделей, описывающих упругопластическое поведение материалов с учетом их реологических свойств, а также их интеграция в конечно-элементные методы расчета. Это позволит повысить эффективность анализа несущей способности элементов конструкций и агрегатов, используемых в атомной промышленности, что, в свою очередь, способствует повышению общей безопасности объектов атомной энергетики.

Описание деформирования материалов в комплексах численного моделирования

Механическое поведение сплошной среды определяется ее способностью сопротив-

ляться сдвиговым и объемным деформациям, что связано с основными реологическими характеристиками материала: упругостью, пластичностью и вязкостью. Эти свойства задают основу для описания напряженно-деформированного состояния (НДС) материалов под действием внешних нагрузок.

Поведение среды при нагружении описывается уравнением (1):

$$\sigma_i = \sigma_i(\varepsilon_i, \dot{\varepsilon}_i, \sigma_0, T, n, \dots), \quad (1)$$

где σ_i – интенсивность напряжений;

σ_0 – среднее напряжение;

ε_i – интенсивность деформаций;

T – температура;

n – структурный параметр.

В связи с многообразием реологических характеристик и режимов нагружения, универсальная математическая модель, способная в полной мере описать поведение металлов в широком диапазоне условий, отсутствует. Для численного анализа используются частные закономерности, которые подбираются в зависимости от исследуемого материала и конкретных задач моделирования.

В программных комплексах численного моделирования, таких как LS-DYNA, Ansys, ЛОГОС, предлагаются разнообразные математические модели. Они позволяют воспроизводить отклик конструкций под действием различных нагрузок, включая статические, динамические и термомеханические. Для атомной отрасли, где материалы подвергаются экстремальным нагрузкам и радиационным воздействиям, выбор и корректная настройка таких моделей имеет ключевое значение для обеспечения безопасности объектов.

Диаграммы деформирования материалов

На начальной стадии нагружения деформация материала подчиняется закону Гука (2):

$$\sigma = E\varepsilon, \quad (2)$$

где σ – напряжение;

E – модуль Юнга;

ε – деформация.

Упругость представляет собой способность материала восстанавливать форму после снятия нагрузки. Все материалы, пове-

дение которых подчиняется закону Гука, являются упругими. В неупругом материале деформации после снятия нагрузки остаются. Наиболее распространенным видом неупругого поведения материала, является пластическое деформирование.

В ряде случаев необходима оценка влияния скорости деформирования и температуры на поведение материала. Для некоторых уравнений состояния [1] значимость деформаций может существенно меняться в зависимости от скорости.

В большинстве случаев анализ прочности проводится без учета влияния на механические свойства скорости деформирования (при условии статического или квазистатического нагружения).

При деформациях $\varepsilon > \varepsilon_T$, (ε_T – деформация, соответствующая пределу текучести материала σ_T), материал переходит в пластическое состояние.

Пластические деформации не исчезают после снятия нагрузки и, таким образом, являются остаточными. Характерно, что после появления пластических деформаций достаточно небольшого увеличения напряжений для существенного роста деформаций. Это явление называется текучестью, а соответствующее напряжение называется напряжением текучести.

В современных программных комплексах [2] численного моделирования имеются несколько представлений математических моделей упругопластического поведения, например, простые модели деформирования материалов (рис. 1), которые учитывают лишь основные физико-механические параметры (параметры упругости первого, второго, и третьего рода, предел текучести, предел временного сопротивления) и деформационные константы (относительное удлинение, относительное утонение и др.).

Все необходимые параметры данных моделей деформирования возможно получить как исходя из результатов различных испытаний стандартных образцов, так и при помощи аналитических зависимостей с учетом справочной информации о физико-механических характеристиках материала.

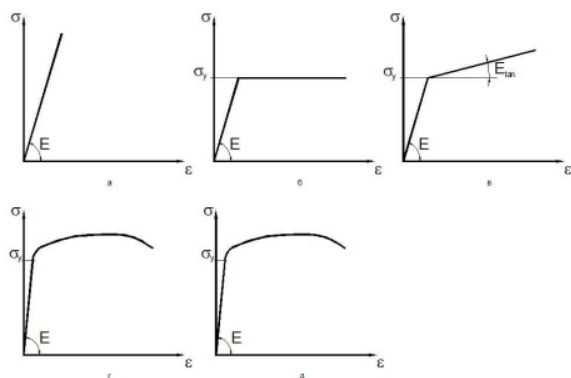


Рисунок 1. Виды простых моделей материала:

а) упругая модель; б) упругая – идеально пластическая модель; в) упругопластическая (билинейная) модель; г) упругопластическая модель в степенном виде; д) упругопластическая кусочно–линейная модель

Figure 1. The types of simple material model figure: а) elastic model; б) elastic–perfectly plastic model; в) elastoplastic (bilinear) model; г) elastoplastic model in power–law form; д) elastoplastic piecewise linear model.

Для оценки механических свойств широко используются статические испытания, которые проводятся с применением разных схем напряженного состояния в образце. К основным разновидностям статических испытаний относятся испытания на растяжение, сжатие, изгиб и кручение.

Испытание на одноосное растяжение – наиболее распространенный вид испытаний для оценки свойств металлов и сплавов – сравнительно легко подвергаются анализу, позволяют по результатам одного опыта определять сразу несколько важных механических характеристик материалов, являющихся критерием его качества необходимых для конструкторских расчетов.

При отсутствии экспериментальной кривой деформирования, имея только прочностные параметры, строится кривая деформирования аналитическим путем, например, с использованием степенной аппроксимации. Затем полученная кривая верифицируется, например, по максимальному относительному удлинению образца δ и максимальному сужению в шейке после разрыва ψ .

Существуют так называемые инженерные напряжения и соответствующие им инженерные деформации, а также истинные напряжения и деформации. Инженерные де-

формации иногда рассматриваются как «малые» деформации. В одноосном случае инженерные напряжения и деформации определяются следующим образом (3):

$$\sigma_{\text{инж}} = \frac{P}{A}, \quad \varepsilon_{\text{инж}} = \frac{\Delta l}{l}, \quad (3)$$

где $\sigma_{\text{инж}}$ – инженерные напряжения;

P – приложенная нагрузка;

A – площадь поперечного сечения;

$\varepsilon_{\text{инж}}$ – инженерные деформации;

Δl – изменение длины;

l – начальная длина.

В современных программных комплексах численного моделирования требуется задание значений напряжений и деформаций в виде истинных напряжений и деформаций. Для одномерного случая истинные деформации находятся по формуле (4):

$$\varepsilon_{\text{истн}} = \ln\left(\frac{\Delta l}{l}\right), \quad (4)$$

где $\varepsilon_{\text{истн}}$ – истинные деформации;

l – текущее значение длины;

l_0 – начальная длина.

Из этого соотношения видно, почему истинные деформации называются логарифмическими. Чтобы перейти от инженерных напряжений и деформаций к истинным в объемной постановке, можно использовать следующие соотношения (5):

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{истн}} &= \sigma_{\text{инж}}(1 + \varepsilon_{\text{инж}}) \\ \varepsilon_{\text{истн}} &= \ln(1 + \varepsilon_{\text{инж}}), \end{aligned} \quad (5)$$

где $\sigma_{\text{истн}}$ – истинные напряжения.

При малых деформациях инженерные и истинные параметры практически совпадают, однако с увеличением деформаций их значения начинают существенно расходиться. Это различие необходимо учитывать при моделировании, поскольку корректное описание поведения материала требует точного представления его реальных характеристик.

Для адекватного описания деформационного поведения материала в численных расчетах требуется задать параметры, соответствующие выбранной модели материала, реализуемой в программных комплексах численного моделирования. Одним из ключевых методов для получения таких данных является использование диаграммы деформирования, полученной при одноосном растяжении.

Простое представление зависимостей, например, линейной или билинейной связи

между напряжением и деформацией (в рамках моделей идеальной упругости, идеальной пластичности или упругопластичности), широко применяется в инженерных расчетах благодаря его относительной простоте. Реализация таких зависимостей в программных средах численного моделирования, таких как LS-DYNA или ANSYS, не требует сложных вычислений. Достаточно наличия справочных данных о физико-механических свойствах материала, таких как модули упругости и пределы прочности, для построения зависимостей по линейным законам.

Однако в реальных задачах, например, при проектировании элементов конструкций атомной отрасли, зачастую отсутствуют полные данные о свойствах материала. В таких случаях инженеры вынуждены прибегать к упрощенным методикам для оценки поведения конструктивных элементов под нагрузкой. Это может включать представление деформационных зависимостей в простой форме (например, линейные или билинейные зависимости, как на рисунках 1а–1в) или использование более сложных подходов (кусочно-линейных или степенных моделей, как на рисунках 1г, 1д).

Для реализации более сложных моделей, учитывающих, например, процессы упрочнения или значительное пластическое течение, требуется значительно больше исходных данных. Такие данные могут быть получены из экспериментальных диаграмм деформирования, либо восстановлены аналитически с использованием аппроксимационных методов. Эти методы позволяют с высокой точностью описывать сложное поведение материала, включая учет зависимостей напряжений от температуры, скорости деформации и накопления повреждений. Подобные подходы критически важны для моделирования поведения элементов, используемых в экстремальных условиях, таких как компоненты атомных реакторов или конструкции, подвергающиеся высоким термомеханическим нагрузкам.

Аналитические методы аппроксимации диаграммы деформирования

Одним из подходов к определению необходимых зависимостей является аналитиче-

ское восстановление (аппроксимация) диаграммы «напряжение – деформация» на основе имеющихся справочных данных. Среди распространенных методов аппроксимации можно выделить билинейную аппроксимацию и использование зависимости Рамберга-Осгуда. Эти подходы позволяют с достаточной точностью описывать механическое поведение материалов в условиях одноосного нагружения.

В области пластических деформаций билинейная аппроксимация диаграммы деформирования предполагает разбиение зависимости на два участка: упругий и пластический. Для пластического участка напряжение на поверхности текучести определяется как функция, линейно возрастающая с увеличением пластической деформации. Такой подход упрощает численное моделирование и обеспечивает достаточную точность для инженерных расчетов, особенно в тех случаях, когда детальное экспериментальное описание диаграммы недоступно.

Метод Рамберга-Осгуда, в свою очередь, является более универсальным и позволяет описывать плавный переход от упругого к пластическому состоянию материала – выражение (6), он основывается на использовании степенной зависимости между напряжением и деформацией, что делает его применимым для материалов с более сложным поведением, включая явления упрочнения (выбор конкретного метода аппроксимации зависит от уровня требований к точности модели и объема доступной информации о свойствах материала):

$$\sigma = \sigma_T + E_t(\varepsilon - \varepsilon_T), \quad (6)$$

где E_t – модуль упрочнения по формуле (7):

$$E_t = \frac{\sigma_{\text{истн}}^B - \sigma_{\text{истн}}^T}{\varepsilon_{\text{истн}}^B - \frac{\sigma_{\text{истн}}^B}{E}}, \quad (7)$$

где σ_B – истинное напряжения предела прочности;

σ_T – истинное напряжение предела текучести;

ε_B – деформация, соответствующая пределу прочности;

ε_T – деформация, соответствующая пределу текучести, выражение (8).

$$E_T = \frac{\sigma_B(1+1,4\psi) - \sigma_T}{- \ln(1-\psi) - \varepsilon_T}. \quad (8)$$

Данная методика включает в себя процесс аппроксимации диаграмм деформаций [3] с нахождением показателя степени кривой по формуле (9):

$$\sigma = \sigma_B \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_B} \right)^n. \quad (9)$$

Если приравнять напряжение в критической точке к его производной, то показатель упрочнения становится равным критической деформации $n = \varepsilon_B$.

Связь истинных напряжений и деформаций через условные определяется выражением (10):

$$\sigma = \sigma_B \left(\frac{e\varepsilon}{n} \right)^n, \quad (10)$$

где e – основание натурального логарифма.

Данный метод имеет первое приближение кривой упрочнения за точкой локального сужения и может заменяться прямой с коэффициентом наклона, равным истинному пределу прочности.

Так же метод может включать в себя аппроксимацию экспериментальных данных средствами определения параметра упрочнения n за счет минимизации функции кривой упрочнения. В связи с чем, для более точных диаграмм требуется получение более полных экспериментальных данных.

Одним из аналитических методов по восстановлению диаграммы Прандтля является вычисление с использованием коэффициента Рамберга-Осгуда, включающего в себя величины справочных параметров о материале: упругая составляющая (один из модулей упругости, модуль Юнга, и др.), предел прочности, предел текучести, критерии разрушения, относительное удлинение и относительное утонение (рис. 2).

Подход является полностью аналитическим и для оценки НДС конструкции в условия упругопластического поведения с одним из критериев разрушения не требует экспериментальных диаграмм «напряжение – деформация».

При использовании диаграмм «напряжение – деформация» в численном моделировании, как говорилось ранее, необходимо использовать истинные значения каждого из параметров. Таким образом, примерный вид диаграммы будет выглядеть как зависимость истинных напряжений от истинных дефор-

маций с учетом линейной зоны шейкообразования (рис. 3).

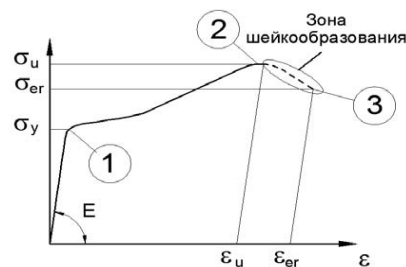


Рисунок 2. Характерные точки на диаграмме одноосного растяжения и основные механические параметры (0-1) – упругая зона; (1-2) – зона упрочнения; (2-3) – зона шейкообразования

Figure 2. Characteristic points on the uniaxial tension diagram and key mechanical parameters (0-1) – elastic region; (1-2) – hardening region; (2-3) – necking region

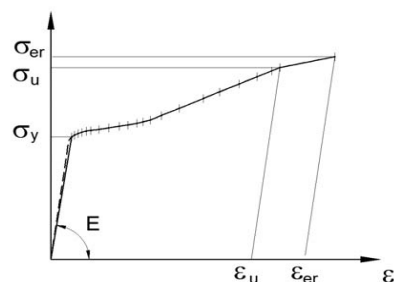


Рисунок 3. Аппроксимация кривой растяжения кусочно-линейным графиком

Figure 3. The approximation of the tension curve with a piecewise linear graph

Следующим этапом по восстановлению зависимости деформации от напряжения необходимо найти параметр, определяющий величину пластической деформации от напряжения в формуле Рамберга-Осгуда, учитывающий функцию интенсивности напряжения (11):

$$n = \frac{\log \varepsilon_B - \log \varepsilon_T}{\log \sigma_B - \log \sigma_T}. \quad (11)$$

После расчета параметра n определяется величина пластической деформации от напряжения, где напряжение $\sigma_i = \frac{\sigma \cdot i}{100}$ при $i=1...100$. Далее создается таблица $e_i = f(\sigma_i)$ истинных значений параметра для диаграммы зависимости напряжений от деформации.

Определив параметр n , представляется возможным вычисление полной зависимости пластической деформации от напряжения по следующей формуле (12):

$$\varepsilon_{\text{пласт}} = 0.002 \left(\frac{\sigma}{\sigma_{0.2}} \right)^n. \quad (12)$$

Таким образом, имея аппроксимацию Рамберга-Осгуда возможно определить параметры модели изотропной пластичности с упрочнением по степенному закону деформирования.

Моделирование разрушения

Оценка максимально допустимой несущей способности агрегатов и конструктивных элементов в атомной отрасли часто требует анализа процессов разрушения для прогнозирования последствий отказа отдельных узлов. В связи с необходимостью учета разрушения по одному из ключевых критериев, зона шейкообразования материала может быть определена с использованием следующего выражения (13):

$$\varepsilon = \ln \left(\frac{1}{1-\psi} \right). \quad (13)$$

При отсутствии данных по ψ , предельная деформация может быть найдена с помощью формулы (14):

$$\varepsilon = n \times \ln(1 + \delta). \quad (14)$$

где n – коэффициент, подобранный экспериментально из ряда проведенных опытов, и подходит лишь для изотропных легированных сталей.

Помимо деформационных критериев разрушения, существуют кинетические модели, учитывающие накопление повреждений, а также интегральные силовые критерии, которые описывают разрушение при достижении интегральной меры напряжений критического значения [1,3,4].

Бучером Б.А.¹ и др. [5,6] был сделан вывод, что критерий разрушения должен содержать временной интервал, в течение которого в материале действует нестационарное растягивающее напряжение. Данный критерий имеет вид выражения (15):

$$\tilde{K} = \int_0^t (\sigma_p(t) - \sigma_0)^n dt, \quad (15)$$

где $\sigma_p(t)$ – действующее напряжение как функция времени;

σ_0 – пороговое напряжение, ниже которого разрушение отсутствует при любом времени нагружения;

t – время действия напряжения выше порогового σ_0 ;

n – параметр, подбираемый из условия наилучшего описания экспериментальных данных.

Согласно рекомендациям специалистов¹, параметр n принимается равным 2, а σ_0 соответствует пороговому напряжению, ниже которого разрушение невозможно даже при длительном воздействии.

В рамках исследования анализировались два материала: сплав АМг6 и сталь 12Х18Н10Т. Пороговое напряжение для каждого материала принималось равным истинному значению предела прочности, которое определялось по формуле Марковца М.П. [7]. Эта методика позволила установить количественные характеристики для оценки предельного состояния материалов в условиях сложного нагружения, выражение (16):

$$\sigma_0 = \sigma_b(0,8 + 2,06\psi), \quad (16)$$

где σ_0 – истинное значение предела прочности;

σ_b – условный предел прочности;

ψ – относительное сужение образца.

Пороговые значения напряжения для рассматриваемых материалов приведены в таблице 1.

Таблица 1. Пороговые значения напряжения
Table 1. Threshold stress values

Материал	Условный предел прочности σ_b , МПа	Относительное поперечное сужение ψ	Истинный предел прочности σ_0 , МПа
АМг6	362	0,432	612
12Х18Н10Т	621,3	0,664	1347

Согласно критерию (1) разрушение наступит тогда, когда в элементе $\tilde{K}' \geq \tilde{K}$.

Критериальные параметры разрушения: для сплава АМг6 – $\tilde{K} = 0,02 \text{ Мпа}^2 \cdot \text{с}$, для стали 12Х18Н10Т – $\tilde{K} = 0,5 \text{ Мпа}^2 \cdot \text{с}^2$.

¹ Бучер Б.А., Баркер Л.М., Мансон Д.Е. и др. Влияние предистории напряженного состояния на нестационарный откол в металлах. *Ракетная техника и космонавтика*. 1964;2(6):3–18.

² DOT/FAA/AR-MMPPS-01 Metallic Materials Properties Development. Available at: https://www.academia.edu/35071264/DOT_FAA_AR_MMPPS_01_Metallic_Materials_Properties_Development_and_Standardization_MMPPS (accessed: 28.09.2024).

Полученная зависимость будет представлять из себя зависимость пластических деформаций от напряжений – зависимость третьего рода (кривая упрочнения материала).

Исследование по установлению сеточной сходимости

Разрушению металлов, как правило, предшествует развитие пластической неустойчивости, характеризующейся возникновением неоднородностей пластического состояния и последующей локализацией пластической деформации. Одним из типичных примеров является формирование шейки в зоне концентрированной деформации при одноосном растяжении. Этот процесс обусловлен нелинейным поведением материала и сложным взаимодействием между напряжениями и деформациями в локальной области.

В численном моделировании пластической неустойчивости неизбежно проявляется зависимость результатов от плотности конечных элементов (КЭ) сетки, что связано с дискретной природой расчетной модели. После локализации деформации величина, характеризующая разрушение, становится неустранимо связанной с шагом и структурой сетки. Это особенно критично при анализе задач, где размер зоны локализации соизмерим с размерами конечных элементов.

Для иллюстрации влияния плотности КЭ-сетки можно рассмотреть модель стержня, построенную с использованием балочных элементов. Соотношения для анализа пластической деформации и устойчивости стержня в этом случае включают:

– для двух балочных элементов после локализации деформации (рис. 4а) имеем выражение (17):

$$\varepsilon = \ln \frac{2(l - \frac{l_0}{2})}{l_0}; \quad (17)$$

– для 4-х балочных элементов после локализации (рис. 4б) имеем выражение (18):

$$\varepsilon = \ln \frac{4(l - \frac{3l_0}{4})}{l_0}; \quad (18)$$

– для n – балочных элементов (рис. 4в) имеем выражение (19):

$$\varepsilon = \ln \frac{n(l - \frac{(n-1)l_0}{n})}{l_0}; \quad (19)$$

– если $l_c = \frac{l_0}{n}$ – характерная длина балочного элемента и общая длина с учетом деформации равна $l - l_0 + \Delta$, то конечно-элементная аппроксимация местной деформации разрушения может быть представлена в виде выражения (20):

$$\varepsilon = \ln \frac{n(l - \frac{(n-1)l_0}{n})}{l_0} = \ln \frac{(l - l_0) + l_c}{l_c} = \ln \left(\frac{\Delta}{l_c} + 1 \right). \quad (20)$$

Действительная деформация разрушения оценивается по соотношению (21):

$$\varepsilon_f = \ln \frac{l}{l_0} = \ln \left(\frac{\Delta}{l_0} + 1 \right). \quad (21)$$

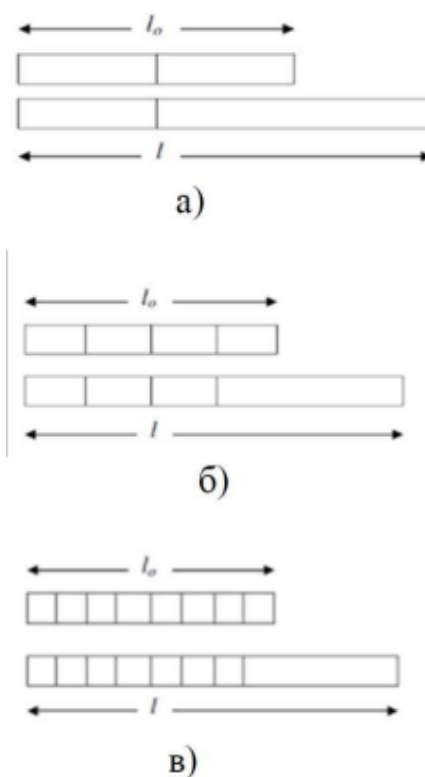


Рисунок 4. – Сеточная зависимость деформации
а) 2-х балочного элемента; б) 4-х балочного;
в) n -элементной балки

Figure 4. The mesh dependency of deformation
a) 2-beam element; б) 4-beam element; в) n -element beam

В модели с конечными элементами размер элемента определяет как локализация деформации отражается на распределении напряжений. В случае слишком крупных элементов процесс локализации будет сглаживаться, что приведет к недооценке концентрации напряжений и, следовательно, завышению значений разрушения. Напротив, использование мелкой сетки приводит к

более точному описанию локализованной зоны, однако одновременно увеличивает вычислительные затраты и может вызвать численные артефакты, такие как сверхлокализация.

Для преодоления этой зависимости и получения адекватных результатов вводятся подходы, учитывающие размерную регуляризацию, например:

1) использование независимых от сетки критериев разрушения, таких как меры повреждения, зависящие от физической микроструктуры материала;

2) применение градиентных моделей пластичности, в которых деформационные переменные зависят не только от локального состояния, но и от пространственного распределения;

3) использование адаптивной сетки, оптимизирующей распределение конечных элементов в критических зонах.

Таким образом, уменьшение размера конечных элементов приводит к увеличению локальной деформации, при которой происходит разрушение. Это обусловлено повышенной концентрацией пластической деформации в зоне локализации, детализированной мелкой сеткой. В связи с этим верификация модели материала должна проводиться с учетом фактического размера конечных элементов, применяемых в расчетной модели, чтобы минимизировать погрешности, связанные с сеточной зависимостью.

В случае использования нерегулярной или неоднородной КЭ-сетки, возникает дополнительная необходимость построения обобщенной зависимости, учитывающей влияние размера конечных элементов на критерий разрушения. Такая зависимость представляет собой регуляризационную кривую, описывающую закономерности изменения параметров разрушения в зависимости от размеров элементов сетки (рис. 5).

В ходе ряда проведенных расчетов и дальнейшего сравнения с натурными испытаниями образцов легированной стали 30ХГСА при статических испытаниях на растяжения, можно получить зависимости расчетной вязкости образца (рис. 6).

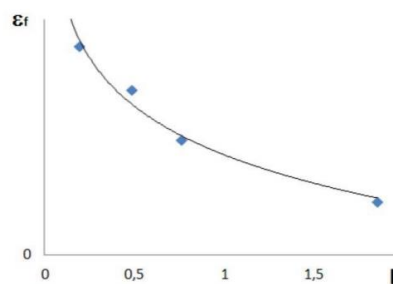


Рисунок 5. Зависимость пластической деформации разрушения от характерного размера сетки (регуляризационная кривая)

Figure 5. The dependence of plastic failure strain on the characteristic mesh size (regularization curve)

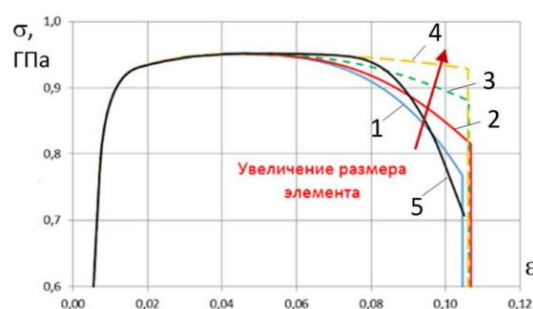


Рисунок 6. Сеточная зависимость расчетной вязкости образца 1-4 – различные длины элемента, 5 – эксперимент

Figure 6. The mesh dependency of the calculated sample viscosity 1-4 – different element lengths; 5 – experiment

Регуляризационная кривая позволяет:

1) снизить погрешности расчетов путем адаптации модели разрушения к специфике расчетной сетки;

2) улучшить переносимость модели между различными конфигурациями сетки, включая адаптивные схемы и многомасштабные подходы;

3) повысить достоверность результатов при моделировании локализованных процессов, таких как шейкообразование или трещинообразование.

Формирование такой кривой требует проведения серии численных экспериментов на типовых задачах с использованием конечных элементов различного размера. Для каждого размера сетки определяются ключевые параметры разрушения, такие как предельная деформация или критический уровень повреждений. Затем эти данные аппроксимируются функцией, обеспечивающей гладкое и физически обоснованное описание зависимости.

Таким образом, учет регуляризационной кривой в численных расчетах является ключевым этапом в разработке надежных и верифицированных моделей разрушения, обеспечивающих физическую обоснованность и адекватность прогнозирования поведения конструкций при предельных нагрузках. Таким образом, учет регуляризационной кривой в численных расчетах является ключевым этапом в разработке надежных и верифицированных моделей разрушения, обеспечивающих физическую обоснованность и адекватность прогнозирования поведения конструкций при предельных нагрузках.

Верификация модели материалов

Процедура верификации численной модели материала представляет собой серию калибровочных тестов для определения параметров модели на основе экспериментальных данных одноосного разрыва образцов. На начальном этапе в качестве основы может быть использована модель материала MAT_POWER_LAW_PLASTICITY, параметры которой были предварительно получены путем восстановления диаграммы деформирования методом Рамберга–Осгуда. Данный подход позволяет описать зависимость напряжения пластического течения от пластической деформации с учетом нелинейного поведения материала.

Для успешной верификации модели необходимо построить и проанализировать следующие зависимости:

1) кривую упрочнения материала, основанную на экспериментальных данных, полученных при испытаниях образцов на одноосное растяжение;

2) регуляризационную кривую, отражающую зависимость характеристик разрушения от размера конечных элементов расчетной сетки;

3) диаграммы поведения модели материала, соответствующие параметрам, характеризующим искажение вязкости образца в закритической области для различных плотностей конечных элементов расчетной сетки.

В процессе верификации проводится сравнение численных и экспериментальных

данных для стандартных образцов, выполненных из стали 30ХГСА, подвергнутых статическим испытаниям на растяжение. Особое внимание уделяется сходимости расчетных значений с экспериментальными при варьировании плотности конечной элементной сетки. Для анализа использовались модели с характерным размером элементов: 2.5 мм, 1 мм и 0.5 мм.

Результаты анализа представлены на рисунках 7 и 8, где отображены диаграммы зависимости вязкости материала от размеров конечных элементов и согласование расчетных кривых с экспериментальными данными. Такой подход обеспечивает надежность и универсальность численной модели, применяемой для анализа прочности и разрушения конструкций.

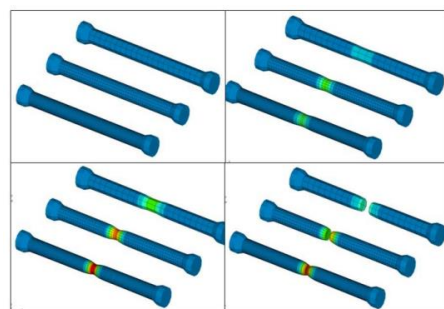


Рисунок 7. Расчетное разрушение образцов
Figure 7. Computational fracture of samples

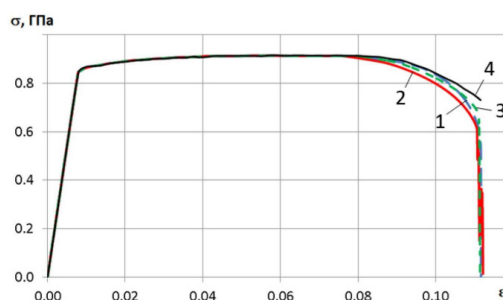


Рисунок 8. Экспериментальная и расчетные зависимости 2.5 мм, 2 – 1 мм, 3 – 0.5 мм, 4 – эксперимент
Figure 8. The experimental and computational dependencies 1 – 2.5 mm; 2 – 1 mm; 3 – 0.5 mm; 4 – experiment

В результате верификации модели достигнуты следующие цели:

1) подтверждение точности численной модели: величина расчетной вязкости материала должна совпадать с экспериментальными данными в пределах допустимой погрешности;

2) оценка влияния размера конечных элементов: должны быть установлены законо-

мерности изменения характеристик разрушения и вязкости материала в зависимости от плотности сетки;

3) построение обобщенных зависимостей: регуляризационная кривая должна быть дополнительно верифицирована для описания поведения материала в условиях локализованной пластической деформации.

Таким образом, верификация численной модели показала хорошую сходимость расчетных и экспериментальных данных на ключевых участках диаграммы деформирования. На этапах пропорциональности, нелинейной упругости, упругопластических деформаций, зоны текучести и зоны упрочнения наблюдается высокая согласованность результатов, что подтверждает корректность выбранных параметров модели материала.

Для элементов размером 2.5 мм максимальное расхождение в значениях диаграммы деформации составило 8.3%. Однако на участке закритических деформаций выявлены небольшие расхождения, обусловленные сложностью описания локализованных процессов разрушения, зависящих от плотности конечных элементов сетки.

Этот результат подчеркивает необходимость учета влияния размеров конечных элементов при моделировании закритического поведения материала. Построение регуляризационной зависимости позволяет повысить точность моделирования и учесть особенности разрушения на стадии локализованной пластической деформации.

Заключение

Изучение процессов деформирования и разрушения материалов является важнейшей задачей, особенно в контексте обеспечения безопасности и надежности конструкций

атомной отрасли. Представленные методы моделирования упругопластических свойств и разрушения материалов, включая использование подходов аппроксимации Рамберга-Осгуда кривых деформирования и построение регуляризационных зависимостей, позволяют с высокой точностью описывать сложные механические процессы.

Верификация моделей материалов, выполненная с учетом влияния плотности конечных элементов сетки, продемонстрировала сходимость расчетных и экспериментальных данных на всех ключевых этапах деформации. Несмотря на небольшие расхождения в области закритических деформаций, предложенные методы позволили повысить точность описания локализованных процессов разрушения. Построение регуляризационных кривых обеспечивает адаптацию моделей к сеточным эффектам, что особенно актуально для инженерных расчетов

Важность этой работы для атомной отрасли заключается в том, что точное моделирование деформирования и разрушения материалов является неотъемлемой частью проектирования, оценки ресурса и диагностики состояния конструкций ядерных объектов. Корректное описание реологических свойств материалов, адаптированное к специфическим условиям эксплуатации, способствует повышению безопасности и долговечности ядерных установок, минимизируя риски аварийных ситуаций.

Таким образом, описанные методы и подходы обладают значительным потенциалом для внедрения в практику проектирования и эксплуатации конструкций в атомной отрасли, обеспечивая высокий уровень надежности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. Морозов Е.М., Муйземнек А.В., Шадский А.С. ANSYS в руках инженера: механика разрушения. Москва: Москва: URSS, 2008. 453 с. Режим доступа: <https://search.rsl.ru/ru/record/01003413407> (дата обращения: 28.09.2024).
2. Жерноклетов М.В., Глушков Б.Л. Методы исследования свойств материалов при интенсивных динамических нагрузках. Монография. Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2005. 428 с. Режим доступа: <http://book.sarov.ru/product/research-techniques-of-properties-of-materials/> (дата обращения: 28.09.2024).
3. Soden P.D., Kaddour A.S., Hinton M.J. Recommendations for designers and researchers resulting from the worldwide failure exercise. Failure criteria in fibre-reinforced-polymer composites. 2004. P. 1223–1251. <https://doi.org/10.1016/B978-008044475-8/50039-1>

4. Бетехтин В.И., Журков С.Н. Временная и температурная зависимость прочности твердых тел. *Проблемы прочности*. 1971;2:39–44. Режим доступа: <http://unilibrary.ru/articles/journals/problemi-prochnosti-1971-02/bethtin-vi-zhurkov-sn-vremennaja-i-temperaturnaja-zavisimost-prochnosti-tverdih-tel.html> (дата обращения: 28.09.2024).

5. Огородников В.А., Пушков В.А., Тюпанова О.А. Основы физики прочности и механики разрушения. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2007. 338 с. Режим доступа: https://rusneb.ru/catalog/000199_000009_003414764/ (дата обращения: 28.09.2024).

6. Ахмадеев Н.Х. Исследование откольного разрушения при ударном деформировании. Модель повреждаемой среды. *Прикладная механика и техническая физика*. 1983;4:158–167. Режим доступа: <https://www.sibran.ru/upload/iblock/f43/f43b38565aa7260831063f242cb3d3bb.pdf> (дата обращения: 28.09.2024).

Akhmadeev N.H. Investigation of spall fracture during shock deformation. The model of the damaged environment. *Journal of applied mechanics and technical physics*. 1983;4:158–167. Available at: <https://www.sibran.ru/upload/iblock/f43/f43b38565aa7260831063f242cb3d3bb.pdf> (accessed: 28.09.2024).

7. Марковец М.П. Диаграммы истинных напряжений и расчет на прочность. Диссертация доктора технических наук. Москва: Издательство Оборонгиза, 1947. 139 с. Режим доступа: https://rusneb.ru/catalog/000199_000009_011185059/ (дата обращения: 28.09.2024).

ВКЛАД АВТОРОВ:

Балябин А.И. – проведение численных расчетов, подготовка текста статьи, постановка задачи, выбор методов исследования;

Герасимов С.И. – общее руководство исследованием, выбор методов исследования;

Ладин Д.А. – выбор методов исследования;

Маскайкин С.А. – подготовка и проведения опытов по разрыву образцов;

Шаброва Т.С. – подготовка текста статьи.

AUTHORS' CONTRIBUTION:

Balyabin A.I. – conducting numerical calculations, preparing the article text, defining the problem, choosing research methods;

Ladin D.A. – choosing research methods;

Gerasimov S.I. – general supervision, selecting research methods;

Maskaykin S.A. – preparing and conducting sample rupture experiments;

Shabrova T.S. – preparing the article text.

ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ:

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 20-19-00613)

FUNDING:

This article was prepared with the support of grant RNF (project № 20-19-00613)

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ:

Конфликта интересов нет.

CONFLICT OF INTEREST:

No conflict of interest.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ:

Андрей Игоревич Балябин, инженер-исследователь, Российский федеральный ядерный центр, г. Саров, Российская Федерация.

<https://orcid.org/0009-0007-9013-4932>

e-mail: andrewbalyabin@yandex.ru

Сергей Иванович Герасимов, доктор физико-математических наук, начальник отдела, Российский федеральный ядерный центр, г. Саров, Российская Федерация, профессор, Саровский физико-технический институт.

<https://orcid.org/0000-0002-6850-0816>

WoS Researcher ID: L-8727-2016

e-mail: s.i.gerasimov@mail.ru

Дмитрий Александрович Ладин, инженер, Российский федеральный ядерный центр, аспирант, Саровский физико-технический институт.

<https://orcid.org/0009-0003-9667-1000>

e-mail: ladind.a@yandex.ru

Сергей Александрович Маскайкин, главный инженер, Российский федеральный ядерный центр, г. Саров, Российская Федерация.

e-mail: maklay577@yandex.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS:

Andrey I. Balyabin, research engineer, Russian Federal Nuclear Center, Sarov, Russian Federation.

<https://orcid.org/0009-0007-9013-4932>

e-mail: andrewbalyabin@yandex.ru

Sergey I. Gerasimov, Dr. Sci. (Phys. and Math.), Head of Department, Russian Federal Nuclear Center, Sarov, Russian Federation, professor, Sarov Physics and Technology Institute.

<https://orcid.org/0000-0002-6850-0816>

WoS Researcher ID: L-8727-2016

e-mail: s.i.gerasimov@mail.ru

Dmitry A. Ladin, engineer, Russian Federal Nuclear Center, Sarov, Russian Federation, postgraduate student, Sarov Physics and Technology Institute.

<https://orcid.org/0009-0003-9667-1000>

e-mail: ladind.a@yandex.ru

Sergey A. Maskaykin, Chief engineer, Russian Federal Nuclear Center, Sarov, Russian Federation.

e-mail: maklay577@yandex.ru

Дмитрий Юрьевич Смирнов, научный сотрудник, Российский федеральный ядерный центр, Саров, преподаватель, Саровский физико-технический институт.

<https://orcid.org/0000-0001-5302-897X>

e-mail: smirnovdj@yandex.ru

Татьяна Сергеевна Шаброва, инженер-исследователь, Российский федеральный ядерный центр, г. Саров, Российская Федерация.

<https://orcid.org/0000-0002-3954-6639>

e-mail: tshabro@mail.ru

Dmitry Y. Smirnov, scientific researcher, Russian Federal Nuclear Center, Sarov, Russian Federation, lecturer, Sarov Physics and Technology Institute.

<https://orcid.org/0000-0001-5302-897X>

e-mail: smirnovdj@yandex.ru

Tatyana S. Shabrova, Research engineer, Russian Federal Nuclear Center, Sarov, Russian Federation.

<https://orcid.org/0000-0002-3954-6639>

e-mail: tshabro@mail.ru

Поступила в редакцию / Received 26.09.2024

После доработки / Revised 10.12.2024

Принята к публикации / Accepted 12.12.2024