

**ИЗЫСКАНИЕ, ПРОЕКТИРОВАНИЕ,
СТРОИТЕЛЬСТВО И МОНТАЖ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ**

УДК 53.01 : 517.98

**ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ПОТЕНЦИАЛА К АНАЛИЗУ
КОНФИГУРАЦИИ НЕЙТРОННОГО ПОЛЯ ИЗОТРОПНЫХ
ИСТОЧНИКОВ**

© 2021 В.Я. Шпицер, В.В. Кривин, В.А. Толстов, Л.С. Хегай, И.О. Ишигов

*Волгодонский инженерно-технический институт – филиал НИЯУ МИФИ, Волгодонск,
Ростовская обл., Россия*

В предлагаемом материале представлено одноклассовое приближение к задаче параметрической идентификации распределения изотропных источников, обеспечивающего заданную конфигурацию нейтронного поля в вакууме.

Ключевые слова: потенциал; изотропные источники нейтронов; обратные задачи теории переноса; уравнение Пуассона; некорректные задачи; дефектоскопия; нейтронография; нейтронная томография.

Поступила в редакцию 28.04.2021

После доработки 30.04.2021

Принята к публикации 11.05.2021

Введение

Глобальная безопасность в значительной степени основывается на изучении свойств физических полей. Помимо описательного исследования ионизирующих излучений имеется техническая потребность в формировании полей заданных конфигураций. Такие структуры создаются за счёт специального распределения в пространстве изотропных источников. Для задач безопасности актуальна также обратная задача – восстановление распределения источников по результатам измерения полей.

Радиационная физика, использующая изотопные источники излучения, иногда оснащает их специальными рассеивателями, добиваясь анизотропии в угловом распределении полей излучений. Результатом являются некоторые оригинальные конструкции направленных излучателей. До сих пор отсутствует математическая постановка задачи получения оптимальных конструкций. В работе предлагается алгоритмический подход решения обратной задачи теории потенциала скалярного поля, описываемого уравнением Пуассона. Вычисления проводились методом Моте-Карло.

Интегральное уравнение для плотности источников

Основной характеристикой скалярных полей является потенциал.

Потенциальная функция (решение уравнения Пуассона), в общем случае, может быть представлена соотношением [1] (1).

$$\int \frac{q(x', y', z')}{4\pi R} dx' dy' dz' = \varphi(x, y, z), \quad (1)$$

где $q(x', y', z')$ – функция источника скалярного поля;

$R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$ – расстояние между источником и точкой измерения потенциала;

$\varphi(x, y, z)$ – потенциал поля при условии $\int |q| dx dy dz < \infty$.

Решая (1), как прямую задачу для заданного распределения источников, например нейтронов получаем конфигурацию поля. Фундаментальными являются поля, образуемые точечными изотропными источниками, суперпозицией которых моделируется всё многообразие полей. Поверхностями равного потенциала точечного изотропного источника являются концентрические сферы с центром в координатах источника. Потенциал поля в точке пространства равен плотности нейтронов в элементарной сфере, содержащей эту точку, умноженной на площадь её поверхности. В теории переноса нейтронов используется локальная характеристика поля – интенсивность потока (поток, нейтр/с). Потенциал поля численно равен величине потока делённого на среднюю скорость нейтронов. Прямые задачи теории потенциала традиционно решаются, сеточными методами, методом конечных элементов, а также методом Монте-Карло.

Будем рассматривать соотношение (1) как интегральное уравнение относительно плотности распределения источников нейтронного поля q , считая, что потенциальная функция φ задана. Это типичная обратная задача теории потенциала [2]. Обратные задачи теории потенциала порождают проблемы существования, единственности, устойчивости, а также численных методов их решения.

Воспользуемся представлением об условной корректности (корректность по Тихонову) [3]. Для доказательства условной корректности достаточно утверждения, что решение существует, выбрать компактное множество корректности решений, доказать единственность и условную устойчивость решения на этом множестве относительно малых вариаций потенциала. Известно, что некорректную постановку задачи можно привести к корректной с помощью сужения класса допустимых решений. Декларируем, что измеряемая потенциальная функция и восстанавливаемая плотность распределения источников принадлежат к классу C^2 – гладких, параметрических функций. Например, на множестве функций одной переменной, заданных на некотором отрезке, множество функций, ограниченных и имеющих ограниченную первую производную, является компактным. Такое подмножество не содержит функций с резкими локальными выбросами, что является определяющим для их физической реализуемости.

В качестве параметрического представления плотности источников выбрана колоколообразная функция (косинусоидальное распределение). Для одномерного случая параметризация имеет вид формулы (2) [4, 5].

$$H(t) = [(\cos(\pi \cdot t) + 1)/2] \cdot [1(t+1) - 1(t-1)], \quad (2)$$

где $t = \frac{\mu - x}{c}$ – вспомогательная переменная;

μ – координата максимума распределения;

c – параметр «размытости»;

$1(t \pm 1)$ – функция единичного скачка.

$$\text{С нормировкой: } N : \frac{1}{c} \cdot \int_{-c}^c H(x, \mu, c) dx \quad N = 1.$$

Таким образом, обеспечивается возможность перемещения источника по координате, а за счёт параметра «размытости», вариация его эффективного объёма. Это даёт возможность формировать в трёх мерном пространстве «облака источников»

произвольной конфигурации. На рисунке 1 представлены одномерные функции распределения источника.

Потенциальные функции представляются сглаженными копиями зависимостей, построенными по измерениям в дискретных точках окружности или сферы.

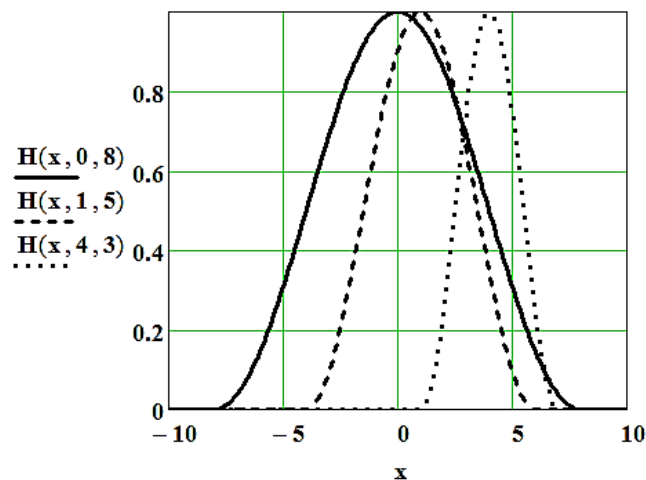


Рисунок 1 – Параметризация функции источника [Source function parameterization]

На рисунке 2 приведены одномерные потенциальные функции, полученные прямым интегрированием соотношения (1) на интервале $[0, 2]$.

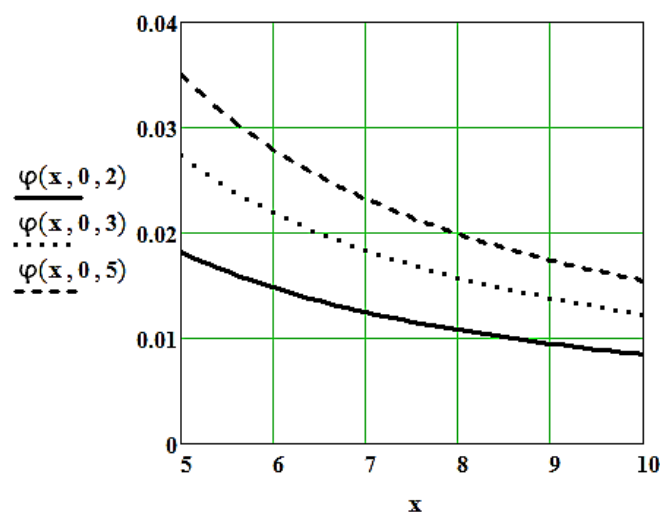


Рисунок 2 – Одномерные потенциальные функции для источника с координатами (0,0) и разной величиной «размытости» [One-dimensional potential functions for a source with coordinates (0,0) and different amounts of "blur"]

В качестве базового алгоритма используется процедура Монте-Карло. Метод основан на решении в каждом прогоне прямой задачи (1) и минимизации среднего риска для выбранной параметризации функции источника. Этот метод прост, эффективен и сходится типично для статистических процедур.

Формирование поля изотропного источника погружением в среду

Конфигурация нейтронных полей формируется в результате взаимодействия излучения с веществом. Распределение изотропных источников в строительных конструкциях и оборудовании создаёт радиационную среду, которая обуславливает значительный биологический риск.

Рассмотрим трансформацию поля точечного изотропного источника при погружении его в вещество.

При погружении источника на границе с вакуумом возникает анизотропия поля, обусловленная суперпозицией прямого и рассеянного излучений на рисунке 3.

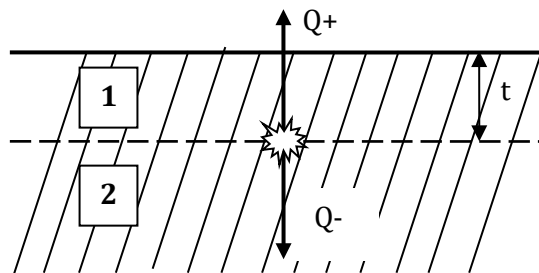


Рисунок 3 – Распределение мощности источника в переднюю и заднюю полусферы при погружении в полубесконечную среду [Power distribution of the source to the front and back hemispheres when immersed in a semi-infinite environment]

Величина потока частиц в вакуум может быть описана следующим операторным уравнением (3) [6, 7].

$$\Phi = T_1 \sum_{n=0}^{\infty} (R_2 R_1)^n Q_+ + T_1 R_2 \sum_{n=0}^{\infty} (R_1 R_2)^n Q_- \quad (3)$$

Будем считать операторы T_1 , R_1 линейными функциями глубины погружения: $T_1 = 1 - \alpha t$ – оператор пропускания, $R_1 = \beta t$ – оператор отражения; R_2 – число, а $Q_+ = Q_- = Q/2$.

Здесь α и β имеют размерности макросечений (поглощения и рассеяния), а R_2 – альбедо материала среды в плоской геометрии. Ограничимся в суммах выражения (3) двумя слагаемыми. Оценка потока излучения в вакуум принимает вид формулы (4).

$$\Phi(t) = [T_1(t)(1 + R_2 R_1(t)) + T_1(t) R_2 (1 + R_1(t) R_2)] Q/2. \quad (4)$$

Подставим выражения для операторов T_1, T_2 в (4) и исключим слагаемые, содержащие R_2^2 , формула (5).

$$\Phi(t) = [(1 + R_2) + R_2(\beta - \alpha) - \alpha)t - \alpha R_2 \beta t^2] Q/2. \quad (5)$$

Эта форма имеет максимум в точке $t^* = \frac{(\beta - \alpha)R_2 - \alpha}{2\alpha\beta R_2}$ со значением

$$\Phi(t^*) = \left[(1 + R_2) + \frac{\beta - \alpha}{\beta} \right] Q/2.$$

Выразим $\beta = k\alpha$ и введём показатель эффективности отражателя

$$\gamma = \frac{\Phi(t^*)}{\Phi(t=0)} = 1 + \frac{k-1}{k(1-R_2)}.$$

Получена консервативная оценка влияния отражателя (рассеивателя) на поле изотропного источника в вакууме.

Например, для источника тепловых нейтронов отношение сечения рассеяния к сечению радиационного захвата в железе составляет 4,27, при интегральном числовом альбедо 0,8, $\gamma = 1,425$ [8]. В этой композиции на границе с вакуумом образуется излучающее пятно, через которое, в том числе, выходит асимметрично рассеянное

излучение с большей интенсивностью в направлении нормали к границе раздела. Оптимальная глубина погружения t^* является уникальной характеристикой среды. Слой среды толщиной $2t^*$ можно рассматривать как объём предпочтительного размещения источников излучения для достижения максимального значения потенциала поля в заданных точках свободного пространства.

Учёт вклада «пограничного слоя» в результат интегрирования влияния точечных источников по всему пространству может служить некоторой модификацией инженерных оценок конфигурации радиационных полей.

Решение задачи о линейном источнике методом Монте-Карло

Решение обратных задач даёт возможность идентифицировать гипотетическое распределение ненаблюдаемых источников излучения по измерениям потенциалов их радиационных полей. Структура математических моделей задана формулой (2). Иллюстрацией подхода может служить задача о линейном источнике [9].

Пусть имеется стержень длины $L = 10$ (усл. ед), расположенный на оси Y с центром в начале координат (рис. 4). Распределение активности по длине представлено функцией $q(y)$. Поле $\psi(R, x)$ в точках на окружности радиусом R правой полуплоскости рассчитывается по формуле (1). Задание параметра x обеспечивает выбор точки измерения поля на окружности: $x = 0$ – точка измерения на пересечении с осью Y ; $x = R$ – точка измерения на пересечении с осью X . Функциям $q(y)$ симметричным относительно оси X соответствует равнозначная $\psi(R, x)$, определённая на верхней и нижней полуокружностях.

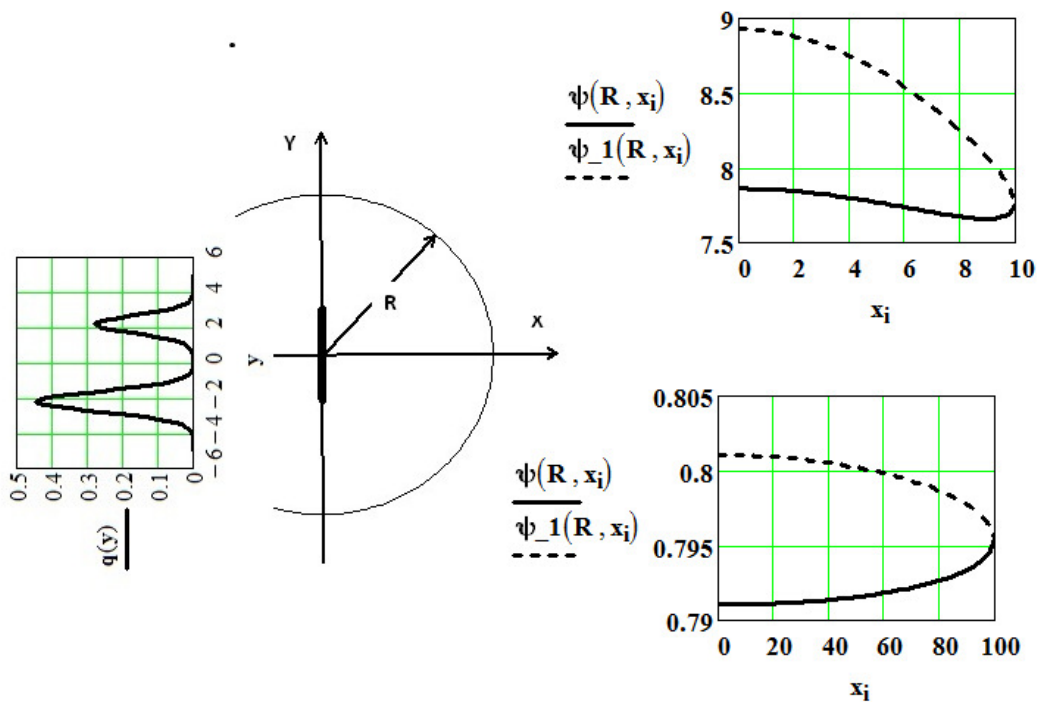


Рисунок 4 – Потенциальная функция линейного источника с распределением активности по длине $q(y)$ на окружности радиуса $R = L = 10$ (усл. ед) и на окружности радиуса $R = 10L = 100$ (усл. ед). $\psi(R, x)$ – значения потенциала на верхней четверти окружности; $\psi_{-1}(R, x)$ – значения на нижней [Potential function of a linear source with the distribution of activity along the length $q(y)$ on a circle of radius $R = L = 10$ (arb. Units) and on a circle of radius $R = 10L = 100$ (arb. Units). $\psi(R, x)$ is potential values on the upper quarter of the circle; $\psi_{-1}(R, x)$ is values at the bottom]

Очевидно, что с увеличением R – расстояния от источника особенности его структуры всё меньше проявляются в потенциальной функции, приближаясь к величине потенциала точечного источника. Это естественное ограничение на разрешение процедур восстановления в обратных задачах. Вторым ограничением является необходимость априорной информации о структуре функции источника, так

как это предопределяет минимальную размерность параметрического пространства восстанавливаемой формы.

Воспользуемся унимодальным (двухпараметрическим (μ, c)) распределением источника. Очевидно, что в этом случае тонкую структуру функции $q(y)$ восстановить не удастся. Рассчитываем на некоторое «эффективное» распределение возможно достаточное для технических целей. Сложные структуры восстанавливаются суперпозицией унимодальных распределений, с известной проблемой увеличения размерности параметрического пространства и числа статистических испытаний.

На рисунке 5 представлены исходное $q(s)$ и восстановленное $q_{восст}(s)$ распределения источника. На рисунке 6 исходное распределение потенциала и распределение по восстановленному источнику на верхней четверти окружности радиуса $R=10L=100$ (усл. ед). Погрешность восстановления потенциала составляет:

$$\Delta := \frac{1}{m} \cdot \sum_i |\psi(R, x_i) - \varphi_{восст}(x_i, \mu, c)|,$$

$$\Delta = 1,649 \times 10^{-4}.$$

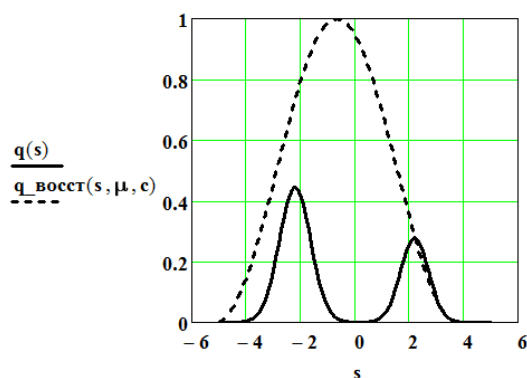


Рисунок 5 – Исходная и восстановленная плотность источника [Original and reconstructed source density]

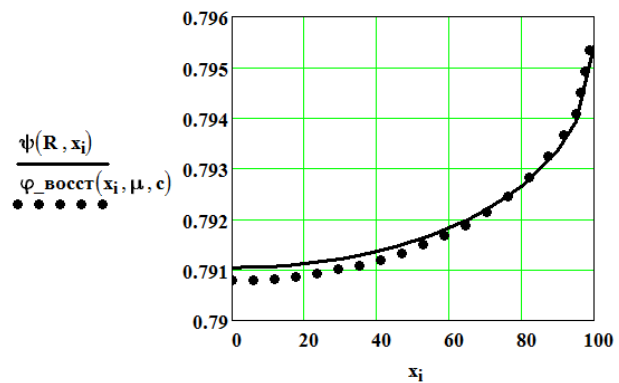


Рисунок 6 – Исходное и восстановленное распределение потенциала [Initial and reconstructed potential distribution]

Ниже приведены результаты такого же исследования на «зашумлённом» потенциале без предварительного сглаживания. На рисунке 7 приведены исходное – A_Pot и «зашумлённое (0,5%)» – G_Pot распределения потенциала на верхней четверти окружности радиуса $R=10L=100$ (усл. ед).

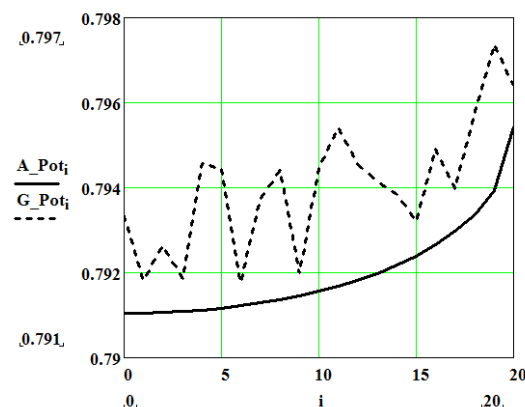


Рисунок 7 – Исходное – A_Pot и «зашумлённое (0,5%)» – G_Pot распределения потенциала на верхней четверти окружности радиуса $R=10L=100$ (усл. ед) [Initial - A_Pot and "noisy (0.5%)" - G_Pot potential distribution on the upper quarter of a circle with radius $R=10L=100$ (arb. Units)]

На рисунке 8 представлены исходное $q(s)$ и восстановленное $q_{\text{восст}}(s)$ распределения источника. На рисунке 9 исходное и восстановленное распределение потенциала на верхней четверти окружности радиуса $R=10L=100$ (усл. ед). Погрешность восстановления потенциала составляет:

$$\Delta_{ss} := \frac{1}{m} \cdot \sum_i |\psi(R, x_i) - \varphi_s(x_i)|,$$

$$\Delta_{ss} = 2,284 \times 10^{-3}.$$

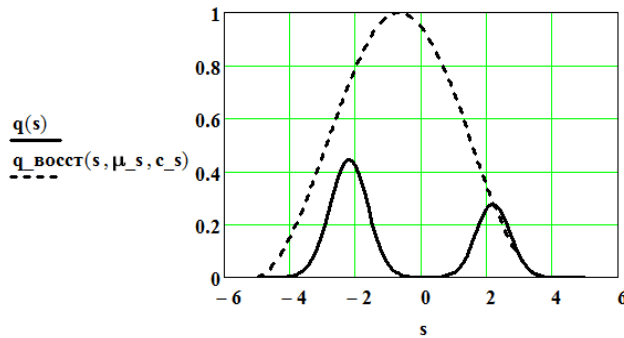


Рисунок 8 – Исходная и восстановленная плотность источника [Original and reconstructed source density]

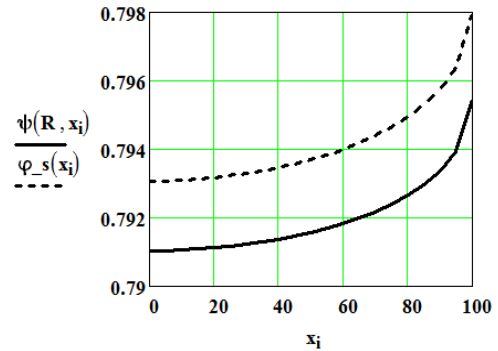


Рисунок 9 – Исходное и восстановленное распределение потенциала [Initial and reconstructed potential distribution]

Результаты демонстрируют устойчивость алгоритма восстановления распределения источника при зашумлении потенциала (0,5 %), значительно превосходящем реальную погрешность измерения.

Один из новых подходов нейтронной томографии связан с использованием «точечных источников» нейтронов [10]. При этом радиальный разлёт нейтронов из точки может обеспечить высокое разрешение, сравнимое с разрешением при использовании коллимированных пучков нейтронных каналов ядерных реакторов. Следующим шагом в развитие этой технологии является конструирование пространственно распределённых источников для томографии объектов больших габаритов [11, 12].

Заключение

Потенциал нейтронного поля – измеряемая физическая величина. Его удобно использовать для характеристики полей при конструировании источников и каналов транспортировки нейтронов; материаловедении; дефектоскопии; нейтронографии; нейтронной томографии; нейтронной и гамма-нейтронной терапии. В статье представлена процедура восстановления структуры пространственно распределённых источников по результатам измерения скалярных потенциалов. Эффект возмущения поля в вакууме, при взаимодействии нейтронов с веществом, сведён к поправке на границе раздела – получена оценка «эффективной толщины» пограничного слоя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тихонов, А.Н. и др. Уравнения математической физики. / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский – Москва : Наука, 1972. – 728 с.
2. Прилепко, А.И. Обратные задачи теории потенциала (эллиптические, параболические, гиперболические уравнения и уравнения переноса) / А.И. Прилепко // Математические заметки, 1973. – Т.14 – Вып. 5 – С. 755-767.
3. Кабанихин, С.И. Обратные и некорректные задачи / С.И. Кабанихин. – Новосибирск : Издательство СО РАН, 2018. – 511 с.

4. *Медведев, А.В.* Непараметрические системы адаптации / А.В. Медведев. – Новосибирск : Наука, 1983. – 176 с.
5. *Кошкин, Г.М.* Непараметрическая идентификация стохастических объектов / Г.М. Кошкин, И.Г. Пивен ; Российская академия наук, Дальневосточное отделение. – Хабаровск : [б. и.], 2009. – URL: <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Repository/vtls:000477929>
6. *Аронсон, Р.* Матричные методы / Р. Аронсон, Д. Ярмуш // Руководство по радиационной защите для инженеров, Т.1; перевод с английского; под ред. Д.Л. Бродера. – Москва : Атомиздат, 1972. – С. 79-83
7. *Гермогенова, Т.А.* Избранные труды : Т. 2 / Т.А. Гермогенова. – Москва : ИПМ им. М.В. Келдыша, 2017. – 260 с.
8. *Гермогенова, Т.А. и др.* Альbedo нейтронов. / Т.А. Гермогенова, В.Г. Золотухин, В.А. Климанов. – Москва : Атомиздат, 1973. – 279 с.
9. *Гусев, Н.Г. и др.* Вывод формул. Линейный источник / Н.Г. Гусев, Е.Е. Ковалёв, А. Фодераро // Руководство по радиационной защите для инженеров, Т.2; перевод с английского; под ред. Д.Л. Бродера. – Москва : Атомиздат, 1972. – С. 79-83.
10. *Голубев, С.В. и др.* Импульсный квазиточечный генератор нейтронов на основе сильноточного ЭЦР-источника ионов дейтерия / С.В. Голубев, И.В. Изотов, Р.Л. Лапин [и др.] // Прикладная физика. – 2018. – № 6. – С. 79.
11. *Аксёнов В.Л. и др.* Высокопоточный источник нейтронов на основе каскадного бустера / В.Л. Аксёнов, А.М. Балагуров, Ю.Н. Пепёлышев [и др.] // Вопросы атомной науки и техники. – 2017. – Вып. 2. – С. 4-25.
12. Kozlenko D.P., Kichanov S.E., Lukin E.V. et al. Neutron radiography and tomography facility at IBR-2 reactor. *Physics of Particles and Nuclei Letters*, 13, 3, 346-351 (2016).

REFERENCES

- [1] Tikhonov A.N., Samarsky A.A. *Uravneniya matematicheskoy fiziki* [The Equations of Mathematical Physics]. Moskva [Moscow. Nauka]. 1972. 728 p. (in Russian).
- [2] Prilepko A.I. *Obratny'e zadachi teorii potentsiala (e'lipticheskie, parabolicheskie, giperbolicheskie uravneniya i uravneniya perenosy)* [The Inverse Problems of Potential Theory (Elliptic, Parabolic, Hyperbolic and Transport Equations)]. *Matematicheskiye zametki* [Math notes]. 1973. Vol. 14. Issue 5. P. 755-767. (in Russian)
- [3] Kabanihin S.I. *Obratny'e i nekorrektny'e zadachi* [The Inverse and Incorrect Problems]. Novosibirsk : Izdatel'stvo SO RAN [Publishing house of the SB RAS. Novosibirsk]. 2018. 511 p. (in Russian).
- [4] Medvedev A. V. *Neparametricheskie sistemy' adaptatsii* [The Nonparametric Adaptation Systems]. Novosibirsk. Nauka, 1983. 176 p. (in Russian).
- [5] Koshkin G.M., Piven I.G. *Neparametricheskaya identifikatsiya stohasticheskikh obektov* [Nonparametric Identification of Stochastic Objects]. Rossiyskaya akademiya nauk, Dal'nevostochnoye otdeleniye [Khabarovsk: Far Eastern Branch of Russian Academy of Sciences]. 2009. 336 p. (in English).
- [6] Aronson R., Yarmush D. *Matrichny'e metody': Rukovodstvo po radiacionnoj zashhite dlya inzhenerov. T. 1* [The Matrix Methods: Guidance on Radiation Protection for Engineers. Vol. 1]. *Perevod s angliyskogo; pod red. D.L. Brodera* [Translation from English. Ed. D.L. Broder]. Moskva: Atomizdat [Moscow. Atomizdat]. 1972. P.79-83. (in Russian).
- [7] Germogenova T.A. *Izbranny'e trudy'. T. 2* [Selected works. Vol. 2.]. Moskva: IPM im. M.V. Keldysha [Moscow. IPM them. M.V. Keldysh], 2017. 260 p. (in Russian).
- [8] Germogenova T.A. et al. *Al'bedo nejtronov* [The Albedo of Neutrons]. Moskva: Atomizdat [Moscow. Atomizdat]. 1973. 279 p. (in Russian).
- [9] Gusev N.G., Kovalev E.E., Foderaro A. *Vy'vod formul. Linejny'j istochnik* [Derivation of Formulas. Linear Source]. *Rukovodstvo po radiatsionnoj zashhite dlya inzhenerov, T.2; perevod s angliyskogo; pod red. D.L. Brodera* [Guidance on Radiation Protection for Engineers. Vol. 2. Translation from English. Ed. D.L. Broder]. Moskva: Atomizdat [Moscow. Atomizdat]. 1972. P.79-83. (in Russian).
- [10] Golubev S.V., Izotov I.V., Lapin R.L. et al. *Impul'sny'j kvazitocheyny'j generator nejtronov na osnove sil'notochnogo E'CzR-istochnika ionov dejteriya* [Pulsed Quasi-Point Neutron Generator Based on a High-Current ECR Source of Deuterium Ions]. *Prikladnaya fizika* [Applied Physics]. 2018. № 6. P.79. (in Russian).
- [11] Aksenov V.L., Balagurov A.M., Pepelyshev Yu.N. [et al.] *Vy'sokopotochny'j istochnik nejtronov na osnove kaskadnogo busteray* [High-Flux Neutron Source Based on Cascade Booster]. *Voprosy'*

atomnoj nauki i texniki [Problems of Atomic Science and Technology]. 2017. Issue 2. P. 4-25. (in Russian).

- [12] Kozlenko D.P., Kichanov S.E., Lukin E.V. et al. Neutron Radiography and Tomography Facility at IBR-2 Reactor. Physics of Particles and Nuclei Letters, 13, 3, 346-351 (2016) (in English).

The Application of Potential Theory for Neutron Field Configuration Analysis of Isotropic Sources

V.Ya. Shpicer¹, V.V. Krivin², V.A. Tolstov³, L.S. Khegay⁴, I.O. Ishigov⁵

*Volgodonsk Engineering Technical Institute the branch of National Research Nuclear University «MEPhI»,
Lenin St., 73/94, Volgodonsk, Rostov region, Russia 347360*

¹ORCID iD: 0000-0002-5051-5091

e-mail: shpitser@mephi.ru

²ORCID iD: 0000-0003-0903-0786

WoS Researcher ID: E-2267-2018

e-mail: vvkrivin@mephi.ru

³ORCID iD: 0000-0001-7144-5195

WoS ResearcherID: F-1032-2017

e-mail: v-tolstov-2017@mail.ru

⁴*e-mail: LSKhegai@mephi.ru*

⁵ORCID iD: 0000-0002-5829-6989

WoS Researcher ID: E-2448-2018

e-mail: ioishigov@mephi.ru

Abstract – The article deals with the one-group approximation to the problem of parametric identification of the distribution of isotropic sources, providing the required configuration of the neutron field in vacuum.

Keywords: potential; isotropic neutron sources; inverse problems of transport theory; Poisson's equation; incorrect tasks; flaw detection; neutron diffraction; neutron tomography.